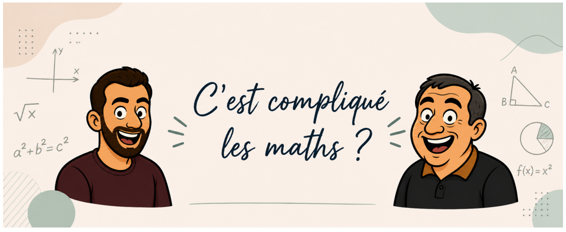

Correction

Brevet blanc de mathématiques

Série générale

Corrigé détaillé

cestcompliquelesmaths.fr

Partie 1 – Automatismes

Question 1. On a :

$$\frac{3}{4} = 0{,}75.$$

Question 2.

$$-7 + 12 = 5.$$

Question 3. Calculer 25% de 240 revient à calculer le quart de 240 :

$$240 \div 4 = 60.$$

Donc 25% de 240 est égal à 60.

Question 4.

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 6}{24 \div 6} = \frac{3}{4}.$$

Question 5.

$$56\,000 = 5{,}6 \times 10^4.$$

Question 6.

$$3x + 4 = 19$$
$$3x = 19 - 4$$
$$3x = 15$$
$$x = 5.$$

La bonne réponse est donc **C**.

Question 7. Dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°.

Donc :

$$180° - 42° - 73° = 65°.$$

Le troisième angle mesure donc 65°.

Question 8. Le triangle est rectangle. On applique le théorème de Pythagore :

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100.$$

Or :

$$\sqrt{100} = 10.$$

La longueur de l'hypoténuse est donc 10 cm.

Question 9. La série est déjà rangée dans l'ordre croissant :

$$5 \; ; \; 8 \; ; \; 8 \; ; \; 10 \; ; \; 14.$$

Il y a 5 valeurs, donc la médiane est la troisième valeur.

La médiane est donc 8.

Question 10.

$$f(x) = 2x^2 - 3.$$

Donc :

$$f(-2) = 2 \times (-2)^2 - 3.$$
$$f(-2) = 2 \times 4 - 3.$$
$$f(-2) = 8 - 3 = 5.$$

Partie 2 – Raisonnement et résolution de problèmes

Exercice 1 – Fonctions et tableur

On considère les fonctions :

$$f(x) = 4x, \qquad g(x) = 2x^2 - 5x - 3, \qquad h(x) = 7 - 3x.$$

1. Dans le tableau, on lit à la ligne de la fonction h et dans la colonne correspondant à $x = 2$:

$$h(2) = 1.$$

2. On calcule :

$$g(-2) = 2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) - 3.$$

$$g(-2) = 2 \times 4 + 10 - 3.$$

$$g(-2) = 8 + 10 - 3 = 15.$$

Donc :

$$g(-2) = 15.$$

3. L'égalité $g(3) = 0$ peut se traduire par :

« L'image de 3 par la fonction g est 0. »

On peut aussi dire :

« 3 est un antécédent de 0 par la fonction g. »

4. La fonction h est définie par :

$$h(x) = 7 - 3x.$$

Dans la cellule B4, Lina a donc pu saisir :

`=7-3*B1`

5. On cherche une valeur de x pour laquelle :

$$f(x) = h(x).$$

Dans le tableau, on lit :

$$f(1) = 4$$

et

$$h(1) = 4.$$

Donc une solution de l'équation $f(x) = h(x)$ est :

$$\boxed{x = 1}.$$

Exercice 2 – Géométrie et trigonométrie

Définition : un ballon captif est un ballon maintenu au sol par une corde. Il peut s'élever dans les airs, mais il reste relié à un point fixe au sol.

1. Noah avance de 18 pas.

Un pas mesure 0,5 mètre, donc :

$$TH = 18 \times 0{,}5 = 9.$$

Ainsi :

$$\boxed{TH = 9 \text{ m}}.$$

2. Le triangle CTH est rectangle en H.

On connaît :

$$TH = 9 \text{ m}$$

et

$$TC = 15 \text{ m}.$$

Dans le triangle rectangle CTH, on utilise le cosinus de l'angle $\widehat{CTH}$:

$$\cos(\widehat{CTH}) = \frac{TH}{TC}.$$

Donc :

$$\cos(\widehat{CTH}) = \frac{9}{15} = 0{,}6.$$

À la calculatrice :

$$\widehat{CTH} \approx 53°.$$

Donc :

$$\boxed{\widehat{CTH} \approx 53°}.$$

3. Le triangle CTH est rectangle en H.

D'après le théorème de Pythagore :

$$TC^2 = TH^2 + CH^2.$$

Donc :

$$15^2 = 9^2 + CH^2.$$
$$225 = 81 + CH^2.$$
$$CH^2 = 225 - 81 = 144.$$
$$CH = \sqrt{144} = 12.$$

Ainsi :

$$\boxed{CH = 12 \text{ m}}.$$

4. Le triangle CTH est rectangle en H, donc :

$$(CH) \perp (TH).$$

Or les points T, H et F sont alignés, donc les droites (TH) et (TF) sont confondues.

Ainsi :

$$(CH) \perp (TF).$$

Le triangle TEF est rectangle en F, donc :

$$(EF) \perp (TF).$$

Les droites (CH) et (EF) sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (TF).

Donc :

$$\boxed{(CH) \mathbin{//} (EF)}.$$

5. On sait que :

$$(CH) \,//\, (EF).$$

De plus, les points T, C, E sont alignés et les points T, H, F sont alignés.

On peut donc utiliser le théorème de Thalès :

$$\frac{TE}{TC} = \frac{EF}{CH}.$$

On remplace par les valeurs connues :

$$\frac{TE}{15} = \frac{18}{12}.$$

$$\frac{18}{12} = 1{,}5.$$

Donc :

$$TE = 15 \times 1{,}5 = 22{,}5.$$

La longueur de corde nécessaire est donc :

$$\boxed{TE = 22{,}5 \text{ m}}.$$

Exercice 3 – Programme de calcul

Le programme consiste à choisir un nombre, à calculer séparément le nombre augmenté de 4 et le nombre diminué de 4, puis à multiplier les deux résultats et enfin à ajouter 16.

1. Si on choisit le nombre 10 :

$$10 + 4 = 14$$

et

$$10 - 4 = 6.$$

On multiplie les deux résultats :

$$14 \times 6 = 84.$$

Puis on ajoute 16 :

$$84 + 16 = 100.$$

On obtient bien :

$$\boxed{100}.$$

2. Si on choisit le nombre -3 :

$$-3 + 4 = 1$$

et

$$-3 - 4 = -7.$$

On multiplie :

$$1 \times (-7) = -7.$$

Puis on ajoute 16 :

$$-7 + 16 = 9.$$

On obtient donc :

$$\boxed{9}.$$

3. On note x le nombre choisi au départ.
Après avoir ajouté 4, on obtient :

$$x + 4.$$

Après avoir soustrait 4, on obtient :

$$x - 4.$$

Avant la dernière étape, le résultat obtenu est donc :

$$\boxed{(x + 4)(x - 4)}.$$

4. On développe :

$$(x + 4)(x - 4) + 16.$$

On reconnaît une identité remarquable :

$$(x + 4)(x - 4) = x^2 - 4^2.$$

Donc :

$$(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16.$$

Ainsi :

$$(x + 4)(x - 4) + 16 = x^2 - 16 + 16.$$

$$(x + 4)(x - 4) + 16 = x^2.$$

5. Jade affirme que le résultat final est toujours le carré du nombre choisi au départ.

   D'après la question précédente, le résultat final est :

$$x^2.$$

   Or x^2 est bien le carré du nombre choisi au départ.

   Donc Jade a raison.

Exercice 4 – Arithmétique

Les élèves disposent de 168 mini-pizzas et de 120 wraps.

1. On décompose 168 en produit de facteurs premiers :

$$168 = 2 \times 84$$

$$168 = 2 \times 2 \times 42$$

$$168 = 2 \times 2 \times 2 \times 21$$

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7.$$

   On décompose 120 en produit de facteurs premiers :

$$120 = 2 \times 60$$

$$120 = 2 \times 2 \times 30$$

$$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 15$$

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5.$$

   Donc :

$$\boxed{168 = 2^3 \times 3 \times 7}$$

   et

$$\boxed{120 = 2^3 \times 3 \times 5}.$$

2. Les diviseurs communs de 168 et 120 sont les diviseurs de leur PGCD.

   On a :

$$\text{PGCD}(168; 120) = 2^3 \times 3 = 24.$$

   Deux diviseurs communs à 168 et 120 plus grands que 10 sont donc :

$$\boxed{12 \text{ et } 24}.$$

3. Pour préparer exactement 30 plateaux, il faudrait que 30 divise à la fois 168 et 120.

   Or :

$$168 \div 30 = 5{,}6.$$

   Ce n'est pas un nombre entier.

   Donc les élèves ne peuvent pas préparer exactement 30 plateaux identiques en utilisant toutes les mini-pizzas et tous les wraps.

4. Le nombre maximal de plateaux identiques est le PGCD de 168 et 120.

   D'après la décomposition précédente :

$$\text{PGCD}(168; 120) = 24.$$

   Les élèves peuvent donc préparer au maximum :

$$\boxed{24 \text{ plateaux}}.$$

5. Dans ce cas, le nombre de mini-pizzas dans chaque plateau est :

$$168 \div 24 = 7.$$

Il y a donc :

$$\boxed{\text{7 mini-pizzas par plateau}}.$$

6. Le nombre de wraps dans chaque plateau est :

$$120 \div 24 = 5.$$

Il y a donc :

$$\boxed{\text{5 wraps par plateau}}.$$

Fin de la correction