



Chapitre 4 : Construction et transformation de figures

I) Transformer une figure par symétrie

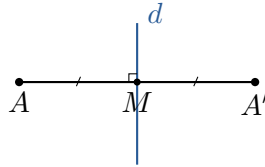
1) La symétrie axiale

Définition

Soit d une droite.

- Si un point A n'appartient pas à la droite d , alors son symétrique par rapport à la droite d est le point A' tel que d est la médiatrice du segment $[AA']$.
- Si un point appartient à la droite d , alors son symétrique par rapport à la droite d est lui-même.

Exemple



Le point A' est le symétrique du point A par rapport à la droite d .
La droite d est la médiatrice du segment $[AA']$. Cela signifie que :

$$d \perp (AA') \quad \text{et} \quad MA = MA'.$$

Méthode

Pour construire le symétrique A' d'un point A par rapport à une droite d :

1. Avec l'équerre, tracer la droite perpendiculaire à d passant par A .
2. Cette droite coupe d en un point M .
3. Avec le compas, reporter la longueur AM de l'autre côté de la droite d .
4. Placer le point A' tel que M soit le milieu du segment $[AA']$.

Définition

Soit \mathcal{F} une figure et d une droite.

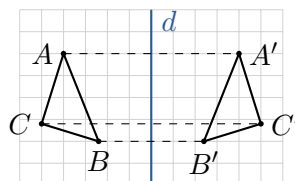
On appelle symétrique de la figure \mathcal{F} par rapport à la droite d , la figure obtenue en construisant le symétrique de chaque point de la figure \mathcal{F} .

La droite d est appelée **axe de symétrie**.

Propriété

- Deux figures symétriques par rapport à une droite d sont superposables : elles se superposent quand on « plie » le long de cette droite.
- La symétrie axiale conserve les alignements, les mesures des angles, les longueurs et les aires.

Exemple



Les deux triangles sont symétriques par rapport à la droite d .

2) La symétrie centrale

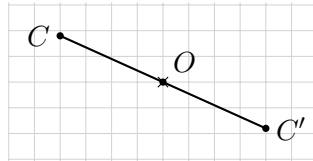
Définition

Soit O un point.

Par symétrie de centre O :

- le symétrique d'un point C distinct de O est le point C' tel que O est le milieu du segment $[CC']$;
- le symétrique du point O est lui-même.

Exemple



Le point C' est le symétrique du point C par rapport au point O . Le point O est le milieu du segment $[CC']$.

Méthode

Pour construire le symétrique C' d'un point C par rapport à un point O :

1. Tracer la droite (CO) .
2. Avec le compas, reporter la longueur OC de l'autre côté du point O .
3. Placer le point C' tel que O soit le milieu du segment $[CC']$.

Définition

Soit \mathcal{F} une figure et O un point.

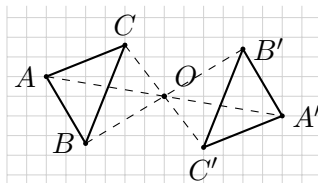
On appelle symétrique de la figure \mathcal{F} par rapport à O , la figure obtenue en construisant le symétrique de chaque point par rapport à O .

Le point O est appelé **centre de symétrie**.

Propriété

- Deux figures symétriques par rapport à un point O sont superposables : elles se superposent lorsqu'on effectue un demi-tour autour du point O .
- La symétrie centrale conserve les alignements, les mesures des angles, les longueurs et les aires.
- Si deux droites sont symétriques par rapport à un point, alors elles sont parallèles.

Exemple



Les deux triangles sont symétriques par rapport au point O .

II) Translation

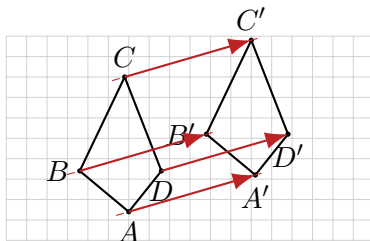
Définition

Transformer une figure par translation, c'est faire glisser selon :

- une direction ;
- un sens ;
- une longueur.

Sur une figure, on peut représenter ce glissement par des flèches, également appelées des **vecteurs**.

Exemple



On considère la translation qui transforme le point A en A' .

La direction est donnée par la droite (AA') : les droites (BB') , (CC') et (DD') sont parallèles à (AA') .

Le sens est donné par le sens de la flèche qui va de A vers A' .

La longueur est donnée par AA' : les longueurs BB' , CC' et DD' sont égales à AA' .

La flèche qui va de A vers A' est appelée **vecteur** et peut être notée $\overrightarrow{AA'}$.

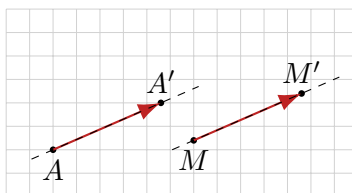
Méthode

Pour construire l'image d'un point M par la translation qui transforme A en A' :

1. Avec l'équerre, tracer par le point M la droite parallèle à la droite (AA') .
2. Avec le compas, reporter sur cette droite la longueur AA' à partir du point M .
3. Placer le point M' dans le même sens que le déplacement de A vers A' .

Le point M' est l'image du point M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

Exemple



On trace par M une droite parallèle à (AA') , puis on reporte la longueur AA' dans le même sens. On obtient le point M' .

Propriété

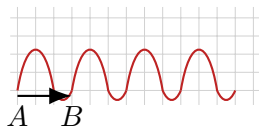
- Une figure et son image par une translation sont superposables.
- La translation conserve les alignements, les mesures des longueurs et les aires.

Définitions

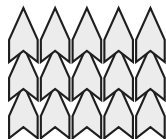
- Une **frise** est constituée d'un motif qui est reproduit dans une seule direction par translation.
- Un **pavage** est constitué d'un motif qui est reproduit dans deux directions par translations et qui permet de recouvrir le plan sans trou, ni superposition.

Exemple

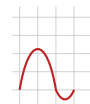
Motif reproduit en frise



Motif reproduit en pavage



Motif de la frise



Motif du pavage

