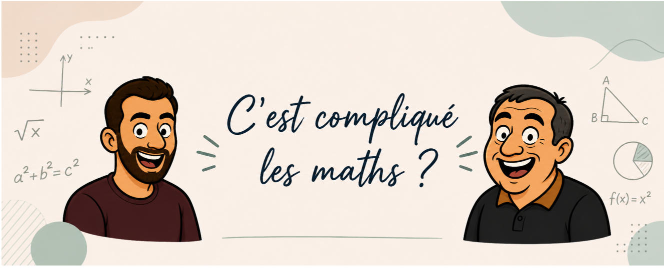


CHAPITRE 2 : TRIANGLES RECTANGLES

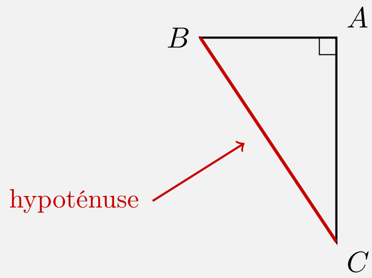
1) L'égalité de Pythagore

Définition

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est le plus grand des trois côtés.
On l'appelle l'hypoténuse.

Exemple

Le triangle ABC est rectangle en A.
On dit que [BC] est l'hypoténuse du triangle ABC.



Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.
Autrement dit, si ABC est un triangle rectangle en A, alors :

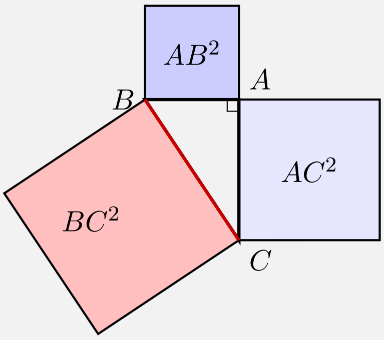
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Dans cette égalité, BC^2 correspond au carré de l'hypoténuse.
Cette égalité est appelée **égalité de Pythagore**.

Exemple

Le triangle ABC ci-dessous est rectangle en A.
On peut donc écrire l'égalité de Pythagore :

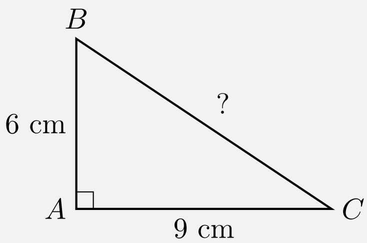
$$\boxed{{\color{red}BC^2} = AB^2 + AC^2}$$



2) Calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle

Exemple

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 6$ cm et $AC = 9$ cm.
Calculer BC. Donner la valeur exacte et un arrondi au dixième de cm.



Réponse :
ABC est un triangle rectangle en A. Donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 6^2 + 9^2$$

$$BC^2 = 36 + 81$$

$$BC^2 = 117$$

$$BC = \sqrt{117}$$

Donc :

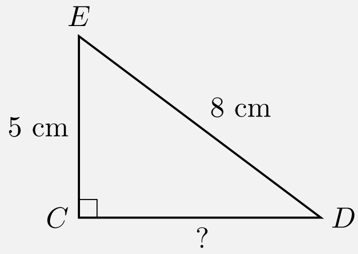
$$BC = \sqrt{117} \text{ cm}$$

Pour la valeur approchée au centième on fait :

$$BC = \sqrt{117} \approx 10{,}81 \text{ cm}$$

Exemple

CDE est un triangle rectangle en C tel que $CE = 5$ cm et $ED = 8$ cm.
Calculer DC. Donner la valeur exacte et un arrondi au dixième de cm.



Réponse :
CDE est un triangle rectangle en C. Donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$$ED^2 = EC^2 + DC^2$$

$$8^2 = 5^2 + DC^2$$

$$64 = 25 + DC^2$$

$$DC^2 = 64 - 25$$

$$DC^2 = 39$$

$$DC = \sqrt{39}$$

Donc :

$$DC = \sqrt{39} \text{ cm}$$

Par la calculatrice, la valeur approchée au dixième on fait :

$$DC = \sqrt{39} \approx 6{,}2 \text{ cm}$$

3) Reconnaître un triangle rectangle

Réciproque du théorème de Pythagore

On considère un triangle ABC.
Si :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

alors le triangle ABC est rectangle en A.

Méthode

Soit ABC un triangle où le plus grand côté est [BC].

— Si :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

alors le triangle est rectangle en A.

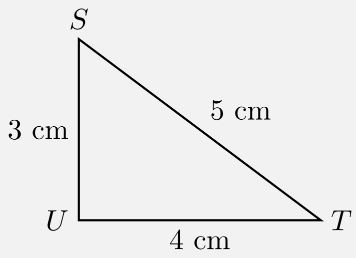
— Si :

$$BC^2 \neq AB^2 + AC^2$$

alors le triangle n'est pas rectangle.

Exemple

Le triangle STU est-il rectangle ?



Réponse :
[ST] est le plus grand côté.

$$ST^2 = 5^2 = 25$$

$$SU^2 + UT^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

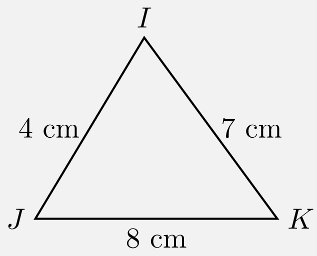
On a donc :

$$ST^2 = SU^2 + UT^2$$

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle STU est rectangle en U.

Exemple

Le triangle IJK est-il rectangle ?



Réponse :

[JK] est le plus grand côté.

$$JK^2 = 8^2 = 64$$

$$JI^2 + IK^2 = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

On a donc :

$$JK^2 \neq JI^2 + IK^2$$

L'égalité de Pythagore n'est donc pas vérifiée donc le triangle IJK n'est pas rectangle.