



## Correction : Calcul littéral

Niveau 4<sup>e</sup>

### Partie 1 : Rappels et premières écritures littérales

#### Exercice 1

- |          |          |           |
|----------|----------|-----------|
| a) $9x$  | d) $t$   | g) $16a$  |
| b) $4z$  | e) $0$   | h) $-15y$ |
| c) $-6b$ | f) $r^2$ | i) $6uv$  |

#### Exercice 2

- |             |               |
|-------------|---------------|
| a) $3x$     | d) $x - 8$    |
| b) $x + 11$ | e) $x^2 - 4$  |
| c) $9x$     | f) $2(x + 7)$ |

#### Exercice 3

Pour  $x = 4$  :

- |       |       |       |
|-------|-------|-------|
| a) 23 | c) 22 | e) 44 |
| b) 8  | d) 24 | f) 49 |

#### Exercice 4

Pour  $x = -3$  :

- |         |          |       |
|---------|----------|-------|
| a) $-7$ | c) $-15$ | e) 15 |
| b) 2    | d) 19    | f) 16 |

#### Exercice 5

$x$	-3	-1	2	5
$2x + 7$	1	5	11	17
$x^2 + 2$	11	3	6	27
$3(x - 1)$	-12	-6	3	12
$4x - x^2$	-21	-5	4	-5

#### Exercice 6

Pour  $x = 1$  :  $A = 15$  et  $B = 15$ .

Pour  $x = -4$  :  $A = -10$  et  $B = -10$ .

On remarque que les deux expressions donnent le même résultat.

En effet :

$$B = 5(x + 2) = 5x + 10.$$

Donc  $A$  et  $B$  sont deux écritures différentes de la même expression.

## Partie 2 : Simplifier et réduire

### Exercice 7

a)  $11x$

b)  $5a$

c)  $10y$

d)  $6t$

e)  $-5m$

f)  $9x + 5$

g)  $13a - 7$

h)  $7y + 3$

i)  $6x + 13$

### Exercice 8

a)  $8x + 4y$

b)  $14a + 2b$

c)  $9x + 13$

d)  $-2m + 7n$

e)  $5p + 3q$

f)  $9x + 5y$

### Exercice 9

a)  $11x^2$

b)  $4a^2 + 6a$

c)  $3x^2 + 12x$

d)  $13y^2 + 3y$

e)  $4x^2 - 2x + 9$

f)  $7a^2 - 5a + 4$

### Exercice 10

a)  $A = x + 14$

b)  $B = 9 - x$

c)  $C = 4x + 4$

d)  $D = 14 - 5x$

e)  $E = 5x + 7$

f)  $F = 9 - a$

g)  $G = 7y + 8$

h)  $H = 4x + 11$

### Exercice 11

a)  $A = 4x + 14$

b)  $B = 14a - 13$

c)  $C = 5x^2 + 17x$

d)  $D = 11y - 14$

e)  $E = m + 12n - 7$

f)  $F = 4x^2 + 7x + 5$

## Partie 3 : Développer puis réduire

### Exercice 12

a)  $4x + 20$

b)  $6a + 18$

c)  $8y - 32$

d)  $15x + 10$

e)  $14t - 42$

f)  $12m + 27$

### Exercice 13

a)  $-3x - 21$

b)  $-5a + 20$

c)  $-12x - 8$

d)  $-12y + 30$

e)  $-x^2 - 9x$

f)  $-6a^2 + 15a$

### Exercice 14

a)  $A = x^2 + 11x$

b)  $B = 4x^2 - 24x$

c)  $C = 15a^2 + 10a$

d)  $D = 24y - 6y^2$

e)  $E = -3x^2 + 24x$

f)  $F = -12m^2 - 8m$

### Exercice 15

- a)  $A = 8x + 20$
- b)  $B = 8x - 18$
- c)  $C = 6x - 15$

- d)  $D = 23a - 4$
- e)  $E = -3y - 26$
- f)  $F = -6x + 32$

### Exercice 16

- a)  $A = 7x + 10$
- b)  $B = 13x - 34$
- c)  $C = 2a - 31$

- d)  $D = -2y + 16$
- e)  $E = 8x - 23$
- f)  $F = -5t - 30$

### Exercice 17

- a)  $A = 9 - 3x$
- b)  $B = 27 - 4x$
- c)  $C = 4x + 9$

- d)  $D = -a - 12$
- e)  $E = -23x - 3$
- f)  $F = 2x + 13$

## Partie 4 : Factoriser

### Exercice 18

- a)  $8(x + 2)$
- b)  $6(2a + 5)$

- c)  $6(3y - 4)$
- d)  $5(3x + 1)$

- e)  $5(4m - 7)$
- f)  $9(3t + 1)$

### Exercice 19

- a)  $6(x + y)$
- b)  $9(a - b)$

- c)  $24x$
- d)  $-5m$

- e)  $5a(b + c)$
- f)  $3x(4y - z)$

### Exercice 20

- a)  $A = 6(x + 3)$
- b)  $B = 8(x - 4)$
- c)  $C = 7x(x + 2)$

- d)  $D = 5x(2x - 1)$
- e)  $E = 9x(1 + 2y)$
- f)  $F = 5x(3x - 2)$

### Exercice 21

- a)  $A = -4(x + 5)$
- b)  $B = -6(a - 4)$
- c)  $C = -3x(x + 4)$

- d)  $D = -8y(y - 2)$
- e)  $E = 5(x - 4)$
- f)  $F = 6(3 - x)$

### Exercice 22

- a) Déjà factorisée.
- b)  $6(x + 3)$
- c) Déjà factorisée.

- d)  $12(y - 2)$
- e) Déjà factorisée.
- f)  $5x(2x + 1)$

### Exercice 23

- a)  $A = 6x + 48$
- b)  $B = 9(x + 3)$
- c)  $C = -12x + 28$
- d)  $D = 4x(2x - 3)$
- e)  $E = 9x - 15$
- f)  $F = 6a(2b + 3c)$

## Partie 5 : Programmes de calcul

### Exercice 24

- a) Avec 5 : on obtient 10.
- b) Avec  $-4$  : on obtient  $-8$ .
- c) Avec  $x$  :  $2(x + 8) - 16$ .
- d)  $2(x + 8) - 16 = 2x + 16 - 16 = 2x$ .
- e) Le programme revient à multiplier le nombre choisi par 2.

### Exercice 25

- a) Avec  $x = 4$ , les deux programmes donnent 33.  
Avec  $x = -2$ , les deux programmes donnent 15.
- b) Ils semblent toujours donner le même résultat.
- c) Programme A :  $3(x + 7)$ .  
Programme B :  $3x + 21$ .
- d) Comme  $3(x + 7) = 3x + 21$ , les deux programmes sont équivalents.

### Exercice 26

- a) Avec 2, les deux programmes donnent 36.
- b) Avec  $-5$ , les deux programmes donnent  $-6$ .
- c) Les deux programmes donnent toujours le même résultat car :

$$6(x + 4) = 6x + 24.$$

- d) Il n'est pas nécessaire de modifier le Programme 2 : il est déjà équivalent au Programme 1.

### Exercice 27

- a) Avec 4, on obtient 2.  
Avec  $-6$ , on obtient 2.
- b) On conjecture que le résultat est toujours 2.
- c) Avec  $x$  :

$$\frac{7x + 14}{7} - x.$$

- d) On simplifie :

$$\frac{7x + 14}{7} - x = x + 2 - x = 2.$$

Le résultat est donc toujours 2.

### Exercice 28

- a)  $E = 5(x - 6) + 30 = 5x - 30 + 30 = 5x$ .
- b) Programme possible pour  $E$  : choisir un nombre, lui soustraire 6, multiplier le résultat par 5, puis ajouter 30.
- c) Programme possible pour l'expression réduite : choisir un nombre, puis le multiplier par 5.
- d) Les deux programmes donnent toujours le même résultat car l'expression  $5(x - 6) + 30$  se réduit en  $5x$ .

## Partie 6 : Géométrie et calcul littéral

### Exercice 29

- a) Le périmètre est :

$$2(x + 6) + 2 \times 4.$$

- b)  $2(x + 6) + 8 = 2x + 12 + 8 = 2x + 20$ .

- c) Pour  $x = 5$  :

$$2x + 20 = 2 \times 5 + 20 = 30.$$

Le périmètre est 30.

### Exercice 30

a) L'aire est :

$$5(3x + 4).$$

b)  $5(3x + 4) = 15x + 20$ .

c) Pour  $x = 2$  :

$$15x + 20 = 15 \times 2 + 20 = 50.$$

L'aire est  $50 \text{ cm}^2$ .

d) Sans équation : on cherche un nombre  $x$  tel que l'aire soit 65.

Pour  $x = 3$  :

$$15 \times 3 + 20 = 45 + 20 = 65.$$

Donc  $x = 3$ .

Avec équation :

$$15x + 20 = 65.$$

Donc  $15x = 45$ , puis  $x = 3$ .

### Exercice 31

a)  $AB = (x + 4) + 6 = x + 10$ .

b) Pour  $x = 8$  :

$$AB = 8 + 10 = 18.$$

c) Sans équation : on cherche  $x$  tel que  $x + 10 = 19$ .

Comme  $9 + 10 = 19$ , on obtient  $x = 9$ .

Avec équation :

$$x + 10 = 19.$$

Donc  $x = 9$ .

### Exercice 32

a) Rectangle :

$$2(x + 2) + 2 \times 5 = 2x + 14.$$

b) Triangle :

$$(2x + 1) + (x + 4) + (x + 4) = 4x + 9.$$

c) Les deux périmètres ne sont pas toujours égaux.

Par exemple, pour  $x = 1$  :

Rectangle :  $2 \times 1 + 14 = 16$ .

Triangle :  $4 \times 1 + 9 = 13$ .

Ils sont différents.

d) Sans équation : on teste des valeurs.

Pour  $x = 2$ , rectangle : 18, triangle : 17.

Pour  $x = 3$ , rectangle : 20, triangle : 21.

La valeur cherchée est donc entre 2 et 3.

Pour  $x = 2,5$ , rectangle : 19, triangle : 19.

Donc les périmètres sont égaux pour  $x = 2,5$ .

Avec équation :

$$2x + 14 = 4x + 9.$$

On obtient  $x = 2,5$ .

### Exercice 33

a) L'aire du trapèze est :

$$\frac{(x + 3 + x + 8) \times 5}{2}.$$

b)

$$\frac{(2x + 11) \times 5}{2} = \frac{10x + 55}{2}.$$

On peut aussi écrire :

$$5x + 27,5.$$

c) Pour  $x = 4$  :

$$5 \times 4 + 27,5 = 47,5.$$

L'aire est  $47,5 \text{ cm}^2$ .

### **Exercice 34**

a) Aire du grand rectangle :

$$6(x + 10) = 6x + 60.$$

b) Aire du rectangle blanc :

$$2(x + 3) = 2x + 6.$$

c) Aire grisée :

$$6(x + 10) - 2(x + 3).$$

d)

$$6x + 60 - 2x - 6 = 4x + 54.$$

L'aire grisée est donc  $4x + 54$ .

## **Partie 7 : Problèmes bilans**

### **Exercice 35**

a) Il y a  $750 - n$  places au sol.

b) La recette est :

$$32n + 18(750 - n).$$

c)

$$32n + 18(750 - n) = 32n + 13\,500 - 18n = 14n + 13\,500.$$

d) Sans équation : on cherche combien de places en gradins permettent d'obtenir 19 800 euros.

Avec 450 places en gradins :

$$14 \times 450 + 13\,500 = 6\,300 + 13\,500 = 19\,800.$$

Il y avait donc 450 places en gradins.

Avec équation :

$$14n + 13\,500 = 19\,800.$$

Donc  $14n = 6\,300$ , puis  $n = 450$ .

### **Exercice 36**

a) Le coût total est :

$$360 + 9x.$$

b) Pour 35 participants :

$$360 + 9 \times 35 = 360 + 315 = 675.$$

Le coût est 675 euros.

c) Après l'aide de 135 euros :

$$360 + 9x - 135.$$

d)

$$360 + 9x - 135 = 225 + 9x.$$

e) Sans équation : après l'aide, il reste 225 euros fixes à couvrir, en plus des 9 euros par participant.

Chaque participant paie 12 euros, donc il reste 3 euros par participant pour rembourser les 225 euros fixes.

Or  $225 \div 3 = 75$ .

Il faut donc au minimum 75 participants.

Avec équation :

$$12x = 225 + 9x.$$

Donc  $3x = 225$ , puis  $x = 75$ .

### Exercice 37

a) Formule A :

$$14x.$$

b) Formule B :

$$40 + 6x.$$

c) Pour 4 mois :

$$\text{Formule A : } 14 \times 4 = 56.$$

$$\text{Formule B : } 40 + 6 \times 4 = 64.$$

Pour 7 mois :

$$\text{Formule A : } 14 \times 7 = 98.$$

$$\text{Formule B : } 40 + 6 \times 7 = 82.$$

d) Sans équation : au départ, la Formule B a 40 euros d'inscription.

Mais chaque mois, elle coûte 8 euros de moins que la Formule A, car  $14 - 6 = 8$ .

Au bout de 5 mois, l'économie est  $5 \times 8 = 40$  euros : les deux formules sont au même prix.

Donc à partir de 6 mois, la Formule B devient plus avantageuse.

### Exercice 38

a) Avec 4 :

$$4 \times 6 = 24, \quad 24 + 18 = 42, \quad 42 \div 3 = 14, \quad 14 - 8 = 6.$$

Avec  $-7$  :

$$-7 \times 6 = -42, \quad -42 + 18 = -24, \quad -24 \div 3 = -8, \quad -8 - (-14) = 6.$$

b) On conjecture que le résultat est toujours 6.

c) Avec  $x$  :

$$\frac{6x + 18}{3} - 2x.$$

d)

$$\frac{6x + 18}{3} - 2x = 2x + 6 - 2x = 6.$$

e) Le résultat était prévisible car il ne dépend pas du nombre choisi au départ.

### Exercice 39

a) Le nombre est  $10a + b$ .

b) Le nombre inversé est  $10b + a$ .

c) Pour  $a = 8$  et  $b = 3$ , les deux nombres sont 83 et 38.

La différence est :

$$83 - 38 = 45.$$

d) Si  $a > b$ , alors :

$$(10a + b) - (10b + a) = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b.$$

e)

$$9a - 9b = 9(a - b).$$

f) La différence est toujours un multiple de 9.

### Exercice 40

a) Périmètre du rectangle :

$$2(x + 11) + 2(x + 3) = 4x + 28.$$

b) Périmètre du carré :

$$4(x + 7) = 4x + 28.$$

c) Les deux périmètres sont toujours égaux car ils ont la même expression :  $4x + 28$ .

d) Pour  $x = 6$  :

$$4 \times 6 + 28 = 52.$$

Les deux périmètres valent 52 cm.

e) Pour  $x = 6$  :

Rectangle : longueur 17 cm et largeur 9 cm, donc aire  $17 \times 9 = 153 \text{ cm}^2$ .

Carré : côté 13 cm, donc aire  $13^2 = 169 \text{ cm}^2$ .

Le carré a la plus grande aire.

#### **Exercice 41**

a) Périmètre :

$$2(3x + 5) + 2(x + 4).$$

b)

$$2(3x + 5) + 2(x + 4) = 6x + 10 + 2x + 8 = 8x + 18.$$

c) Aire :

$$(3x + 5)(x + 4).$$

d) Pour  $x = 8$  :

Périmètre :

$$8 \times 8 + 18 = 82.$$

Aire :

$$(3 \times 8 + 5)(8 + 4) = 29 \times 12 = 348.$$

e) Sans équation : pour  $x = 8$ , le périmètre est 82 m.

Si on augmente  $x$  de 1, le périmètre augmente de 8 m.

Donc pour  $x = 9$ , le périmètre vaut  $82 + 8 = 90$  m.

La valeur cherchée est donc  $x = 9$ .

Avec équation :

$$8x + 18 = 90.$$

Donc  $8x = 72$ , puis  $x = 9$ .

#### **Exercice 42**

a)

$$A = 4(3x + 2) - 5(x - 3) = 12x + 8 - 5x + 15 = 7x + 23.$$

b)

$$C = 12x + 8 - 5x + 15 = 7x + 23.$$

c) On a donc :

$$A = B = C = 7x + 23.$$

Les trois expressions sont égales.

d) Pour  $x = 1$  :

$$7x + 23 = 7 + 23 = 30.$$

Pour  $x = -4$  :

$$7x + 23 = 7 \times (-4) + 23 = -28 + 23 = -5.$$

e) Programme possible :

Choisir un nombre.

Le multiplier par 7.

Ajouter 23.

f) Exemple de situation :

Une activité coûte 23 euros d'inscription, puis 7 euros par séance. Si on fait  $x$  séances, le prix total est  $7x + 23$ .