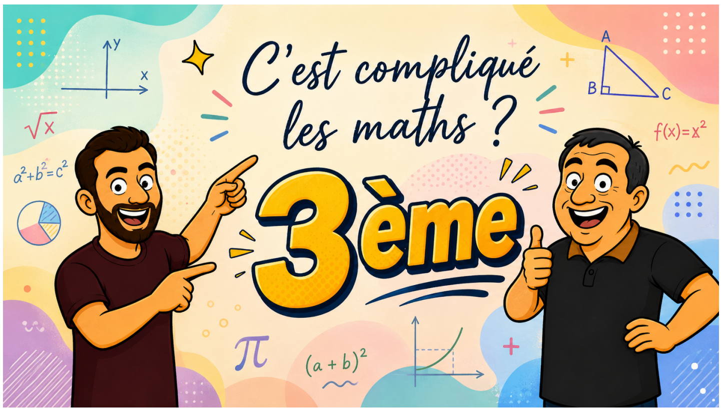

Cours : Calcul littéral

1) Reconnaître et écrire une expression littérale

Définitions

Le résultat d'une addition est une **somme**.
Le résultat d'une soustraction est une **différence**.
Les nombres qui interviennent dans une addition ou une soustraction sont appelés les **termes**.
Le résultat d'une multiplication est un **produit**.
Les nombres multipliés sont appelés les **facteurs**.
Le résultat d'une division est un **quotient**.

Remarque

La nature d'une expression comportant plusieurs opérations est déterminée par l'opération effectuée en dernier.

Exemple

Soit x un nombre quelconque.
L'expression :

$$3(1-2x)$$

est un produit.
En effet, on effectue d'abord le calcul entre parenthèses, puis on multiplie le résultat par 3.
Cette expression est donc le produit de 3 par $1-2x$.

Propriété

Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe $\times$ lorsqu'il est placé :

— devant une lettre ;

— devant une parenthèse ;

— entre plusieurs lettres.

Exemples

Soit x un nombre quelconque.

$$2 \times x = 2x$$

$$3 \times x \times (-5) = -15x$$

$$4 \times (x+2) = 4(x+2)$$

$$a \times b = ab$$

2) Simplifier une expression littérale

Propriétés

Si une parenthèse est précédée d'un signe $+$, on peut supprimer la parenthèse sans changer les signes.
Soient a, b et c des nombres quelconques :

$$\boxed{a + (b - c) = a + b - c}$$

Si une parenthèse est précédée d'un signe $-$, on peut supprimer la parenthèse en changeant les signes de tous les termes situés dans la parenthèse :

$$\boxed{a - (b - c) = a - b + c}$$

Exemples

Exemple 1

$$\begin{aligned} 5 + (8x - 2) &= 5 + 8x - 2 \\ &= 8x + 3 \end{aligned}$$

Exemple 2

$$\begin{aligned} x - (3 - 2x) &= x - 3 + 2x \\ &= 3x - 3 \end{aligned}$$

Exemple 3

$$\begin{aligned} x - (-1 + x) &= x + 1 - x \\ &= 1 \end{aligned}$$

Propriétés

Soient a, b et x des nombres quelconques.
Pour simplifier une somme de termes semblables :

$$\boxed{ax + bx = (a + b)x}$$

Pour simplifier une différence de termes semblables :

$$\boxed{ax - bx = (a - b)x}$$

Exemples

Exemple 1

$$\begin{aligned} 3x + x + 5 &= (3+1)x + 5 \\ &= 4x + 5 \end{aligned}$$

Exemple 2

$$\begin{aligned} 8x - 3x + 9 &= (8-3)x + 9 \\ &= 5x + 9 \end{aligned}$$

Exemple 3

$$\begin{aligned} 2x + 7 + 5x - 3 &= 2x + 5x + 7 - 3 \\ &= 7x + 4 \end{aligned}$$

Propriété

Pour simplifier un produit de plusieurs facteurs, on peut modifier l'ordre des facteurs.

Exemple

Soient a et b deux nombres quelconques.

$$\begin{aligned} a \times 5 \times b &= 5 \times a \times b \\ &= 5ab \end{aligned}$$

Remarque

Simplifier une expression littérale signifie également **réduire** cette expression.

3) Développer un produit

Définition

Développer une expression, c'est transformer un produit en une somme ou en une différence.

Propriété

Soient k, a et b des nombres quelconques.

$$\boxed{k(a+b) = ka + kb}$$

et

$$\boxed{k(a-b) = ka - kb}$$

Cette propriété est appelée la **distributivité simple**.

Méthode

Pour développer une expression de la forme $k(a+b)$ ou $k(a-b)$:

- on multiplie k par le premier terme de la parenthèse ;
- on multiplie k par le second terme de la parenthèse ;
- on réduit l'expression obtenue si cela est possible.

Exemples

Exemple 1

$$A = 7(4+x)$$
$$A = 7 \times 4 + 7 \times x$$
$$A = 28 + 7x$$

Exemple 2

$$B = 5(6x-2)$$
$$B = 5 \times 6x - 5 \times 2$$
$$B = 30x - 10$$

Exemple 3

$$C = -3(2x+5)$$
$$C = -3 \times 2x + (-3) \times 5$$
$$C = -6x - 15$$

4) Développer un produit de deux sommes

Propriété

Soient a, b, c et d des nombres quelconques.

$$\boxed{(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd}$$

Chaque terme de la première parenthèse est multiplié par chacun des termes de la seconde parenthèse.
Cette propriété est appelée la **double distributivité**.

Méthode

Pour développer un produit de deux parenthèses :

— on multiplie le premier terme de la première parenthèse par chacun des termes de la seconde ;

— on multiplie le second terme de la première parenthèse par chacun des termes de la seconde ;

— on réduit l'expression obtenue.

Exemples

Exemple 1

$$\begin{aligned}
&A = (2x+3)(x+8)\\
&A = 2x \times x + 2x \times 8 + 3 \times x + 3 \times 8\\
&A = 2x^2 + 16x + 3x + 24\\
&A = 2x^2 + 19x + 24
\end{aligned}$$

Exemple 2

$$\begin{aligned}
&B = (x+5)(x-2)\\
&B = x \times x + x \times (-2) + 5 \times x + 5 \times (-2)\\
&B = x^2 - 2x + 5x - 10\\
&B = x^2 + 3x - 10
\end{aligned}$$

5) Utiliser une identité remarquable

Propriété

Soient a et b deux nombres quelconques.

$$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

On peut également écrire :

$$\boxed{(a-b)(a+b) = a^2 - b^2}$$

Cette égalité est appelée une **identité remarquable**.

Exemple

D'après la double distributivité :

$$\begin{aligned}
(a+b)(a-b) &= a \times a + a \times (-b) + b \times a + b \times (-b)\\
&= a^2 - ab + ab - b^2\\
&= a^2 - b^2
\end{aligned}$$

Exemples

Exemple 1

$$\begin{aligned}
&A = (x+2)(x-2)\\
&A = x^2 - 2^2\\
&A = x^2 - 4
\end{aligned}$$

Exemple 2

$$\begin{aligned}
&B = (x-4)(x+4)\\
&B = x^2 - 4^2\\
&B = x^2 - 16
\end{aligned}$$

6) Factoriser une expression

Définition

Factoriser une expression, c'est transformer une somme ou une différence en un produit.

Propriété

Soient k, a et b des nombres quelconques.

$$\boxed{ka + kb = k(a + b)}$$

et

$$\boxed{ka - kb = k(a - b)}$$

Le nombre ou l'expression k est appelé le **facteur commun**.

Méthode

Pour factoriser une expression :
- on cherche un facteur commun aux différents termes ;
- on écrit ce facteur devant une parenthèse ;
- on place dans la parenthèse ce qu'il reste de chaque terme.

Exemples

Exemple 1

$$A = 6x + 18$$
$$A = 6 \times x + 6 \times 3$$
$$A = 6(x + 3)$$

Le facteur commun est 6.

Exemple 2

$$B = 7x^2 - 2x$$
$$B = 7x \times x - 2 \times x$$
$$B = x(7x - 2)$$

Le facteur commun est x.

Exemple 3

$$C = -3x^2 + x$$
$$C = x \times (-3x) + x \times 1$$
$$C = x(-3x + 1)$$

Remarque

Lorsqu'un terme est égal à x, on peut l'écrire sous la forme :

$$x = x \times 1$$

Cela permet de faire apparaître plus facilement le facteur commun.

7) Factoriser une différence de deux carrés

Propriété

Soient a et b deux nombres quelconques.

$$\boxed{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$$

On peut également écrire :

$$\boxed{a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)}$$

Cette identité remarquable permet de factoriser une différence de deux carrés.

Exemples

Exemple 1

$$A = x^2 - 9$$
$$A = x^2 - 3^2$$
$$A = (x+3)(x-3)$$

Exemple 2

$$B = 1 - x^2$$
$$B = 1^2 - x^2$$
$$B = (1+x)(1-x)$$

Exemple 3

$$C = 4x^2 - 25$$
$$C = (2x)^2 - 5^2$$
$$C = (2x+5)(2x-5)$$