

Bac blanc

Première générale

Spécialité mathématiques

Sujet sans calculatrice

Durée : 2 heures

La calculatrice n'est pas autorisée.
Aucun document n'est autorisé.

Le sujet est composé d'une partie automatismes et de deux exercices.

Première partie – Automatismes – QCM

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question.

Question 1. L'inverse du quart de 8 est égal à :

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. 4 D. $\frac{1}{4}$

Question 2. Un prix est multiplié par 0,84. Cela correspond à :

- A. une baisse de 84% B. une hausse de 16% C. une baisse de 16% D. une hausse de 84%

Question 3. Une hausse de 20% suivie d'une baisse de 20% équivaut à :

- A. aucune évolution C. une hausse de 4%
B. une baisse de 4% D. une baisse de 40%

Question 4. L'écriture scientifique du nombre $5 \times 10^3 \times 4 \times 10^2$ est :

- A. 20×10^5 B. 2×10^6 C. 9×10^5 D. 20×10^6

Question 5. La forme développée de $(3x + 1)^2$ est :

- A. $9x^2 + 1$ B. $9x^2 + 6x + 1$ C. $3x^2 + 6x + 1$ D. $9x^2 + 3x + 1$

Question 6. La forme factorisée de $x^2 - 49$ est :

- A. $(x - 7)^2$ B. $(x - 7)(x + 7)$ C. $(x + 7)^2$ D. $x(x - 49)$

Question 7. Le discriminant du trinôme $x^2 - 10x + 24$ vaut :

- A. 4 B. 16 C. 24 D. 100

Question 8. La dérivée de $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 1$ est :

- A. $6x^2 - 10x$ B. $6x^2 - 5x$ C. $2x^2 - 10x$ D. $6x - 10$

Question 9. Si $f'(x) < 0$ sur un intervalle, alors f est :

- A. croissante B. décroissante C. positive D. négative

Question 10. Le coefficient directeur de la droite passant par $A(-1; 4)$ et $B(3; -4)$ vaut :

- A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

Question 11. Le produit scalaire de $\vec{u}(3; -1)$ et $\vec{v}(2; 5)$ vaut :

- A. 1 B. 6 C. 11 D. -1

Question 12. Si $P(A) = 0,4$ et $P_A(B) = 0,75$, alors $P(A \cap B)$ vaut :

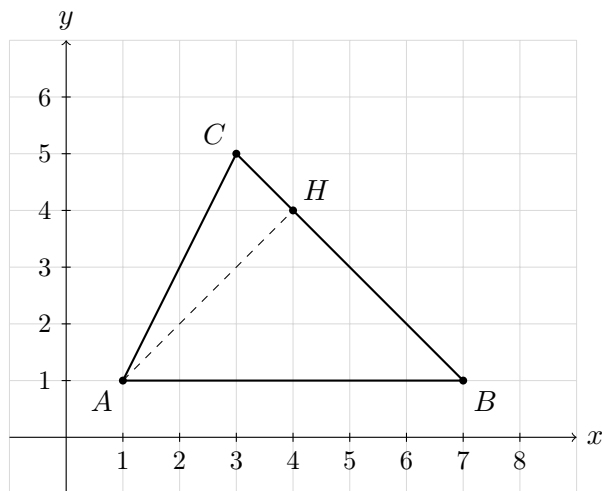
- A. 0,30 B. 0,35 C. 0,75 D. 1,15

Exercice 1 – Géométrie dans un repère

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

On considère les points :

$$A(1; 1), \quad B(7; 1), \quad C(3; 5), \quad H(4; 4).$$



1. Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .
2. Calculer le produit scalaire :

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC}.$$

3. Calculer les longueurs AB et AC .
4. En déduire une valeur approchée de l'angle \widehat{BAC} .

$$\text{Aide au calcul : } \cos^{-1} \left(\frac{12}{6\sqrt{20}} \right) \approx 63^\circ$$

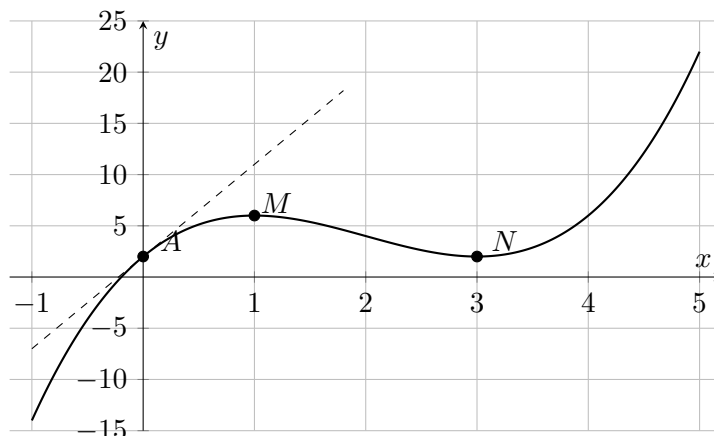
5. Déterminer une équation cartésienne de la droite (BC) .
6. Vérifier que le point H appartient à la droite (BC) .
7. Montrer que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.
8. Que représente alors le point H pour le triangle ABC ?
9. Déterminer une équation du cercle \mathcal{C} de centre A passant par C .
10. Le point B appartient-il au cercle \mathcal{C} ? Justifier.
11. Calculer l'aire du triangle ABC .
12. Interpréter géométriquement la longueur AH dans le triangle ABC .

Exercice 2 – Fonction polynôme et lecture graphique

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-1; 5]$ par :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2.$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative.



La droite en pointillés est la tangente à la courbe \mathcal{C} au point A d'abscisse 0.

Partie A : lecture graphique

1. Lire graphiquement $f(0)$.
2. Lire graphiquement le coefficient directeur de la tangente au point A .
3. En déduire la valeur de $f'(0)$.
4. Donner une équation de la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse 0.
5. Résoudre graphiquement, avec la précision permise par le graphique :

$$f(x) = 2.$$

Partie B : étude algébrique

6. Déterminer l'expression de $f'(x)$.
 7. Montrer que :
- $$f'(x) = 3(x - 1)(x - 3).$$
8. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-1; 5]$.
 9. En déduire le tableau de variations de f sur $[-1; 5]$.
 10. Calculer $f(1)$ et $f(3)$.
 11. Vérifier que :

$$f(x) - 2 = x(x - 3)^2.$$

12. En déduire les solutions exactes de l'équation :

$$f(x) = 2.$$

13. Comparer avec la réponse obtenue graphiquement dans la partie A.