



Feuille d'exercices Fonctions polynômes du second degré

Partie 1 : Reconnaître les formes et les paraboles

Exercice 1 – Reconnaître une fonction du second degré

Difficulté : ★ ○ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Calculer, raisonner

Parmi les fonctions suivantes, indiquer celles qui sont des fonctions polynômes du second degré. Lorsqu'elles le sont, donner a , b et c .

$$\begin{array}{lll} f(x) = 3x^2 - 2x + 5 & g(x) = 7x - 4 & h(x) = -2x^2 + 1 \\ p(x) = x^3 + x & q(x) = 4 - x^2 & r(x) = 5x^2 \end{array}$$

Exercice 2 – Développer pour reconnaître

Difficulté : ★ ○ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Calculer, raisonner

Développer et réduire, puis indiquer si la fonction obtenue est du second degré.

a) $f(x) = (x + 1)(x + 4)$

b) $g(x) = (2x - 1)(x + 3)$

c) $h(x) = x(x - 5) + 2$

Exercice 3 – Associer expression et information graphique

Difficulté : ★ ○ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Représenter, raisonner

Compléter.

Fonction	Sommet	Sens d'ouverture
$f(x) = 2x^2$	...	...
$g(x) = -3x^2$	...	...
$h(x) = x^2 + 4$	...	...
$k(x) = -2x^2 - 3$	...	...

Exercice 4 – Retrouver l'expression

Difficulté : ★ ○ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Raisonner, communiquer

Pour chaque description, proposer une fonction possible.

1. Parabole ouverte vers le haut, sommet $O(0; 0)$.
2. Parabole ouverte vers le bas, sommet $S(0; 3)$.
3. Parabole ouverte vers le haut, sommet $S(0; -2)$.

Exercice 5 – Lire des racines dans une forme factorisée

Difficulté : ★ ○ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Calculer

Donner les racines sans développer.

a) $f(x) = 2(x - 3)(x + 1)$

b) $g(x) = -4(x + 2)(x - 5)$

c) $h(x) = 3(x - 4)^2$

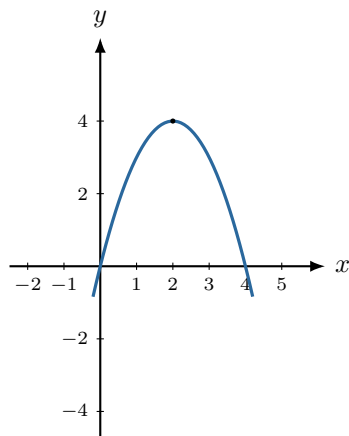
Partie 2 : Axe de symétrie, sommet et variations

Exercice 6 – Lire les caractéristiques d’une parabole

Difficulté : ★ ○ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Représenter, communiquer

On donne la parabole ci-dessous.



Donner :

1. le sens d’ouverture ;
2. les coordonnées du sommet ;
3. l’équation de l’axe de symétrie ;
4. le maximum de la fonction.

Exercice 7 – Même image, points symétriques

Difficulté : ★ ○ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Raisonner

On sait que :

$$f(1) = 7 \quad \text{et} \quad f(5) = 7.$$

Déterminer l’abscisse de l’axe de symétrie.

Exercice 8 – Déterminer l’axe par le calcul

Difficulté : ★ ★ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Calculer, raisonner

Soit :

$$f(x) = x^2 - 6x + 5.$$

1. Calculer $f(0)$.
2. Résoudre $f(x) = f(0)$.
3. En déduire l’axe de symétrie.

Exercice 9 – Déterminer un sommet

Difficulté : ★ ★ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Calculer

On considère :

$$f(x) = x^2 - 6x + 5.$$

On sait que l’axe de symétrie est :

$$x = 3.$$

Calculer $f(3)$ puis donner les coordonnées du sommet.

Exercice 10 – Déterminer des variations

Difficulté : ★ ○ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Raisonner

Pour chaque cas, donner les variations de la fonction.

1. $a > 0$ et $S(2; -4)$.
2. $a < 0$ et $S(-1; 6)$.
3. $a > 0$ et $S(5; 3)$.

Exercice 11 – Tableau de variations

Difficulté : ★ ★ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Représenter

Soit f une fonction du second degré telle que :

$$a = -2$$

et dont le sommet est :

$$S(3; 7).$$

Dresser son tableau de variations.

Exercice 12 – Retrouver des informations

Difficulté : ★ ★ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Raisonner

Une fonction du second degré est croissante sur :

$$]-\infty; 4]$$

puis décroissante sur :

$$[4; +\infty[.$$

Son maximum vaut 9.

1. Donner le sommet.
2. Quel est le signe de a ?
3. Donner l’équation de l’axe de symétrie.

Partie 3 : Racines et signe d'un polynôme factorisé

Exercice 13 – Vérifier qu'un réel est une racine

Difficulté : ★ ○ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Calculer

Soit :

$$f(x) = x^2 - 7x + 10.$$

Vérifier si les nombres suivants sont des racines :

$$2, \quad 3, \quad 5.$$

Exercice 14 – Résoudre avec un produit nul

Difficulté : ★ ○ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Calculer

Résoudre.

$$\text{a) } (x - 2)(x + 5) = 0$$

$$\text{b) } -3(x - 4)(x - 1) = 0$$

$$\text{c) } 2(x + 3)^2 = 0$$

Exercice 15 – Déterminer les racines

Difficulté : ★ ○ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Calculer

Donner les racines de :

$$f(x) = 5(x + 4)(x - 2),$$

$$g(x) = -2(x - 1)(x - 7).$$

Exercice 16 – Signe avec $a > 0$

Difficulté : ★ ★ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Raisonner, représenter

Soit :

$$f(x) = 3(x - 1)(x - 5).$$

1. Donner ses racines.
2. Les ranger dans l'ordre croissant.
3. Dresser le tableau de signes de f .

Exercice 17 – Signe avec $a < 0$

Difficulté : ★ ★ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Raisonner, représenter

Soit :

$$g(x) = -2(x + 3)(x - 4).$$

Dresser le tableau de signes de g .

Exercice 18 – Résoudre une inéquation

Difficulté : ★ ★ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Raisonner

Soit :

$$f(x) = (x - 2)(x - 6).$$

À l'aide d'un tableau de signes, résoudre :

$$f(x) \leq 0.$$

Exercice 19 – Une racine unique

Difficulté : ★ ★ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Raisonner

On considère :

$$h(x) = -3(x - 4)^2.$$

1. Donner l'unique racine.
2. Quel est le signe de $h(x)$ pour $x \neq 4$?
3. Dresser le tableau de signes.

Exercice 20 – Choisir la bonne forme

Difficulté : ★ ★ ○

Compétence(s) travaillée(s) : Raisonner

On donne :

$$f(x) = 2x^2 - 10x + 12 = 2(x - 2)(x - 3).$$

Choisir la forme la plus adaptée pour :

1. calculer $f(0)$;
2. déterminer les racines ;
3. déterminer le signe de f ;
4. identifier a , b et c .

Partie 4 : Problèmes et modélisation

Exercice 21 – Une arche de pont

Difficulté : ★★ ◦

Compétence(s) travaillée(s) : Modéliser, raisonner

La forme supérieure d'une arche est modélisée par une parabole.

Dans un repère, son sommet est :

$$S(4; 9)$$

et la parabole est ouverte vers le bas.

Elle rencontre le sol aux abscisses 1 et 7.

1. Donner l'équation de l'axe de symétrie.
2. Quelle est la hauteur maximale de l'arche ?
3. Expliquer pourquoi les points d'abscisses 1 et 7 sont cohérents avec l'axe de symétrie.
4. Quelle est la largeur de l'arche au niveau du sol ?

Exercice 22 – Bénéfice d'une entreprise

Difficulté : ★★ ◦

Compétence(s) travaillée(s) : Modéliser, raisonner

Le bénéfice d'une entreprise, en milliers d'euros, est modélisé par :

$$B(x) = -(x - 2)(x - 8),$$

pour $x \in [2; 8]$, où x représente le prix unitaire d'un produit, en euros.

1. Déterminer les prix pour lesquels le bénéfice est nul.
2. Déterminer l'axe de symétrie de la parabole.
3. Calculer $B(5)$.
4. En déduire les coordonnées du sommet.
5. Pour quel prix le bénéfice est-il maximal ?
6. Quel est alors le bénéfice maximal, en euros ?

Exercice 23 – Trajectoire d'un objet

Difficulté : ★★★

Compétence(s) travaillée(s) : Modéliser, calculer, raisonner

Un objet est lancé depuis le sol.

Sa hauteur, en mètres, est modélisée pendant son mouvement par :

$$h(t) = -t(t - 4),$$

pour :

$$t \in [0; 4],$$

où t est le temps exprimé en secondes.

1. Calculer $h(0)$ et $h(4)$. Interpréter ces résultats.
2. Déterminer l'abscisse de l'axe de symétrie.
3. Calculer $h(2)$.
4. Quelle est la hauteur maximale atteinte ?
5. À quel instant cette hauteur maximale est-elle atteinte ?
6. Pour quelles valeurs de t la hauteur est-elle strictement positive ?

Les deux derniers exercices sont des exercices de synthèse type bac.

Partie 5 : Exercices de synthèse type bac

Exercice 24 – Type bac – Étude complète d’une fonction

Difficulté : ★★★

Compétence(s) travaillée(s) : Calculer, raisonner, représenter

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 6x + 5.$$

On donne également :

$$f(x) = (x - 1)(x - 5).$$

Partie A – Forme développée

1. Identifier les coefficients a , b et c .
2. En déduire le sens d’ouverture de la parabole.
3. Calculer $f(0)$.
4. Résoudre :

$$f(x) = 5.$$

5. En déduire l’équation de l’axe de symétrie.
6. Calculer l’ordonnée du sommet.
7. Donner les coordonnées du sommet.
8. Dresser le tableau de variations de f .

Partie B – Forme factorisée

9. Déterminer les racines de f .
10. Dresser le tableau de signes de f .
11. Résoudre :

$$f(x) \leq 0.$$

Exercice 25 – Type bac – Optimisation d’un bénéfice

Difficulté : ★★★

Compétence(s) travaillée(s) : Modéliser, calculer, raisonner

Une entreprise vend un produit.

Pour des prix compris entre 2 et 8 euros, son bénéfice, en centaines d’euros, est modélisé par :

$$B(x) = -2(x - 2)(x - 8),$$

où x représente le prix de vente unitaire, en euros.

On étudie la fonction B sur :

$$[2; 8].$$

Partie A – Étude mathématique

1. Déterminer les racines de B .
2. Interpréter ces deux valeurs dans le contexte.
3. En utilisant la symétrie des deux racines, déterminer l’abscisse de l’axe de symétrie.
4. Calculer :

$$B(5).$$

5. Donner les coordonnées du sommet.
6. Justifier que B admet un maximum sur $[2; 8]$.
7. Dresser le tableau de variations de B sur $[2; 8]$.

Partie B – Interprétation

8. Pour quel prix de vente le bénéfice est-il maximal ?
9. Quel est alors le bénéfice maximal en euros ?
10. Dresser le tableau de signes de B sur $\mathbb{R}$.
11. Sur quel intervalle le bénéfice est-il positif ?
12. Expliquer pourquoi l’étude économique est ici limitée à l’intervalle $[2; 8]$.