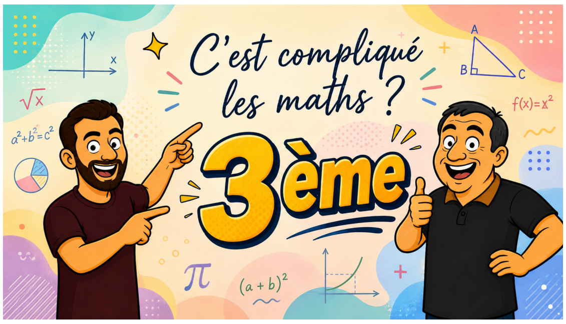

Calcul littéral – Correction

Niveau 3e

Partie 1 : Développer avec la distributivité simple

Exercice 1 – Développer des expressions simples

$$3(x+5) = 3x + 15$$

$$4(2x-7) = 8x - 28$$

$$-2(x+6) = -2x - 12$$

$$5(3x-4) = 15x - 20$$

$$-3(2x-1) = -6x + 3$$

$$7(x-8) = 7x - 56$$

Exercice 2 – Développer et réduire

$$2(x+4) + 3x = 2x + 8 + 3x = 5x + 8$$

$$5(2x-1) - 4 = 10x - 5 - 4 = 10x - 9$$

$$3(x-6) + 2(x+1) = 3x - 18 + 2x + 2 = 5x - 16$$

$$4(2x+3) - 5(x-2) = 8x + 12 - 5x + 10 = 3x + 22$$

$$-2(3x-4) + 7x = -6x + 8 + 7x = x + 8$$

Partie 2 : Remplacer une lettre par un nombre

Exercice 3 – Calculer la valeur d'une expression

$$A = 4x + 7$$

Pour $x = 3$:

$$A = 4 \times 3 + 7 = 12 + 7 = 19$$

$$B = 5x - 2$$

Pour $x = -1$:

$$B = 5 \times (-1) - 2 = -5 - 2 = -7$$

$$C = x^2 + 6$$

Pour $x = 4$:

$$C = 4^2 + 6 = 16 + 6 = 22$$

$$D = 3x^2 - 2x$$

Pour $x = 2$:

$$D = 3 \times 2^2 - 2 \times 2 = 3 \times 4 - 4 = 12 - 4 = 8$$

$$E = 2(x + 5)$$

Pour $x = 6$:

$$E = 2(6 + 5) = 2 \times 11 = 22$$

Exercice 4 – Substituer puis simplifier

Pour $x = 4$:

$$5x^2 - 2(3x + 1) = 5 \times 4^2 - 2(3 \times 4 + 1)$$

$$= 5 \times 16 - 2(12 + 1) = 80 - 26 = 54$$

Pour $x = 1$:

$$2(x - 3)^2 + 5 = 2(1 - 3)^2 + 5$$

$$= 2 \times (-2)^2 + 5 = 2 \times 4 + 5 = 13$$

Pour $x = -2$:

$$7x - 3(x+2) = 7 \times (-2) - 3(-2+2)$$

$$= -14 - 3 \times 0 = -14$$

Pour $x = 3$:

$$(x+4)(x-1) = (3+4)(3-1) = 7 \times 2 = 14$$

Pour $x = -3$:

$$x^2 - 4x + 9 = (-3)^2 - 4 \times (-3) + 9$$

$$= 9 + 12 + 9 = 30$$

Partie 3 : Développer avec la double distributivité

Exercice 5 – Double distributivité

$$(x+3)(x+5) = x^2 + 5x + 3x + 15 = x^2 + 8x + 15$$

$$(x+4)(x-2) = x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8$$

$$(2x+1)(x+6) = 2x^2 + 12x + x + 6 = 2x^2 + 13x + 6$$

$$(3x-2)(x+4) = 3x^2 + 12x - 2x - 8 = 3x^2 + 10x - 8$$

$$(2x+5)(3x-1) = 6x^2 - 2x + 15x - 5 = 6x^2 + 13x - 5$$

Exercice 6 – Développer avec des signes négatifs

$$(x-7)(x-2) = x^2 - 2x - 7x + 14 = x^2 - 9x + 14$$

$$(2x-3)(x-5) = 2x^2 - 10x - 3x + 15 = 2x^2 - 13x + 15$$

$$(4x+1)(x-6) = 4x^2 - 24x + x - 6 = 4x^2 - 23x - 6$$

$$(3x-4)(2x+5) = 6x^2 + 15x - 8x - 20 = 6x^2 + 7x - 20$$

$$(5x-2)(x-3) = 5x^2 - 15x - 2x + 6 = 5x^2 - 17x + 6$$

Exercice 7 – Comparer deux expressions

On développe A :

$$A = (x+2)(x+8)$$

$$A = x^2 + 8x + 2x + 16 = x^2 + 10x + 16$$

Or :

$$B = x^2 + 10x + 16$$

Donc :

$$A = B$$

Les deux expressions sont égales quelle que soit la valeur de x.

Exercice 8 – Utiliser l'identité remarquable

On utilise :

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(x-4)(x+4) = x^2 - 16$$

$$(x+7)(x-7) = x^2 - 49$$

$$(2x-3)(2x+3) = 4x^2 - 9$$

$$(5x+1)(5x-1) = 25x^2 - 1$$

$$(3x-8)(3x+8) = 9x^2 - 64$$

Partie 4 : Factoriser

Exercice 9 – Repérer un facteur commun

$$3x + 15 = 3(x + 5)$$

$$5x - 20 = 5(x - 4)$$

$$7x + 14 = 7(x + 2)$$

$$4x^2 + 8x = 4x(x + 2)$$

$$6x^2 - 9x = 3x(2x - 3)$$

$$12x + 18 = 6(2x + 3)$$

Exercice 10 – Factoriser avec une expression commune

$$3(x + 4) + 5(x + 4) = (x + 4)(3 + 5) = 8(x + 4)$$

$$7(x - 2) - x(x - 2) = (x - 2)(7 - x)$$

$$(2x + 1)(x + 3) + 4(2x + 1)$$

$$= (2x + 1)\big((x + 3) + 4\big)$$

$$= (2x + 1)(x + 7)$$

$$5(x - 6) - (x + 2)(x - 6)$$

$$= (x - 6)\big(5 - (x + 2)\big)$$

$$= (x - 6)(3 - x)$$

Exercice 11 – Factoriser avec $a^2 - b^2$

$$x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$$

$$x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$$

$$4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$$

$$9x^2 - 16 = (3x-4)(3x+4)$$

$$25x^2 - 1 = (5x-1)(5x+1)$$

Exercice 12 – Choisir la bonne méthode

$$6x + 18 = 6(x+3)$$

$$x^2 - 64 = (x-8)(x+8)$$

$$5x(x+2) - 3(x+2) = (x+2)(5x-3)$$

$$16x^2 - 81 = (4x-9)(4x+9)$$

$$4(x-1) + x(x-1) = (x-1)(4+x)$$

$$= (x-1)(x+4)$$

Partie 5 : Exercices bilan

Exercice 13 – Programme de calcul

Si le nombre choisi est 3, on obtient :

$$3 + 2 = 5$$

$$5^2 = 25$$

$$25 - 25 = 0$$

On obtient bien 0.
Si le nombre choisi est -2, on obtient :

$$-2 + 2 = 0$$

$$0^2 = 0$$

$$0 - 25 = -25$$

On obtient -25.
Avec un nombre de départ x, l'expression obtenue est :

$$P = (x+2)^2 - 25$$

On développe :

$$P = x^2 + 4x + 4 - 25$$

$$P = x^2 + 4x - 21$$

On vérifie :

$$(x - 3)(x + 7) = x^2 + 7x - 3x - 21$$

$$= x^2 + 4x - 21$$

Donc :

$$P = (x - 3)(x + 7)$$

Pour que le résultat final soit 0, il faut :

$$(x - 3)(x + 7) = 0$$

Donc :

$$x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 7 = 0$$

Ainsi :

$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -7$$

Les nombres de départ possibles sont donc 3 et -7.

Exercice 14 – Aires de rectangles

Aire du premier rectangle :

$$A_1 = (5x + 4)(3x + 2)$$

On développe :

$$A_1 = 15x^2 + 10x + 12x + 8$$

$$A_1 = 15x^2 + 22x + 8$$

Aire du deuxième rectangle :

$$A_2 = (15x + 10)(x + 2)$$

On développe :

$$A_2 = 15x^2 + 30x + 10x + 20$$

$$A_2 = 15x^2 + 40x + 20$$

On compare :

$$15x^2 + 22x + 8 \neq 15x^2 + 40x + 20$$

Les deux rectangles n'ont donc pas la même aire quelle que soit la valeur de x.

Exercice 15 – Triangle rectangle ou non ?

On considère les longueurs :

$$3x + 4, \quad 4x + 3, \quad 5x + 5$$

On teste l'égalité de Pythagore.

$$(3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$$

$$(4x + 3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$$

Donc :

$$(3x + 4)^2 + (4x + 3)^2$$

$$= 9x^2 + 24x + 16 + 16x^2 + 24x + 9$$

$$= 25x^2 + 48x + 25$$

Or :

$$(5x + 5)^2 = 25x^2 + 50x + 25$$

On constate que :

$$25x^2 + 48x + 25 \neq 25x^2 + 50x + 25$$

Le triangle n'est donc pas rectangle quelle que soit la valeur de x.

Exercice 16 – Figure composée

La figure est composée d'un carré de côté $d + 3$ et d'un rectangle de dimensions $d + 3$ et $d - 2$.
Aire du carré :

$$(d + 3)^2$$

Aire du rectangle :

$$(d + 3)(d - 2)$$

Aire totale :

$$A = (d + 3)^2 + (d + 3)(d - 2)$$

On développe :

$$(d + 3)^2 = d^2 + 6d + 9$$

$$(d+3)(d-2) = d^2 - 2d + 3d - 6 = d^2 + d - 6$$

Donc :

$$A = d^2 + 6d + 9 + d^2 + d - 6$$

$$A = 2d^2 + 7d + 3$$

On factorise par $d+3$:

$$A = (d+3)\big((d+3) + (d-2)\big)$$

$$A = (d+3)(2d+1)$$

Exercice 17 – Deux figures de même aire

Pour $x = 4$:

$$AB = 2x + 3 = 2 \times 4 + 3 = 11$$

$$BC = x + 4 = 4 + 4 = 8$$

$$EF = 2x + 5 = 2 \times 4 + 5 = 13$$

$$EH = x + 4 = 4 + 4 = 8$$

$$TG = x + 4 = 4 + 4 = 8$$

$$RG = 2$$

Aire de $ABCD$:

$$A_{ABCD} = AB \times BC$$

$$A_{ABCD} = 11 \times 8 = 88$$

Aire du grand rectangle $EFGH$:

$$13 \times 8 = 104$$

Aire du petit rectangle $TGRS$:

$$8 \times 2 = 16$$

Aire de la figure grisée :

$$A_{EFRSTH} = 104 - 16 = 88$$

On remarque que les deux figures ont la même aire.
Dans le cas général :

$$A_{ABCD} = (2x+3)(x+4)$$

On développe :

$$A_{ABCD} = 2x^2 + 8x + 3x + 12$$

$$A_{ABCD} = 2x^2 + 11x + 12$$

Pour la figure grisée :

$$A_{EFRSTH} = (2x+5)(x+4) - 2(x+4)$$

On factorise :

$$A_{EFRSTH} = (x+4)\big((2x+5) - 2\big)$$

$$A_{EFRSTH} = (x+4)(2x+3)$$

On développe :

$$A_{EFRSTH} = 2x^2 + 8x + 3x + 12$$

$$A_{EFRSTH} = 2x^2 + 11x + 12$$

Les deux expressions sont identiques.
Donc les deux figures ont la même aire quelle que soit la valeur de $x > 0$.

Fin de la correction