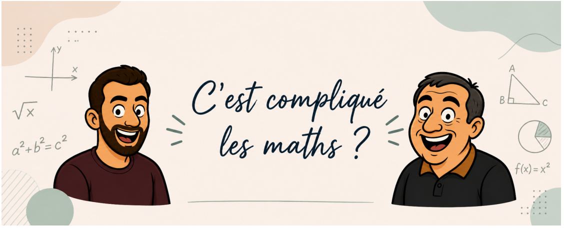

Corrigé détaillé — Théorème de Pythagore

Corrigé

Exercice 1

1. Dans le triangle ABC, l'angle droit est en A, donc l'hypoténuse est $[BC]$. Égalité de Pythagore :
$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$
2. Dans le triangle DEF, l'angle droit est en E, donc l'hypoténuse est $[DF]$. Égalité de Pythagore :
$$DF^2 = DE^2 + EF^2.$$
3. Dans le triangle GHI, l'angle droit est en I, donc l'hypoténuse est $[GH]$. Égalité de Pythagore :
$$GH^2 = GI^2 + IH^2.$$

Exercice 2

Le triangle RST est rectangle en R.

1. Le côté opposé à l'angle droit est $[ST]$.
2. L'hypoténuse du triangle RST est $[ST]$.
3. L'égalité de Pythagore est :
$$ST^2 = RS^2 + RT^2.$$

Exercice 3

— Triangle ABC rectangle en A :
$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

— Triangle MNP rectangle en N :
$$MP^2 = MN^2 + NP^2.$$

— Triangle EFG rectangle en G :
$$EF^2 = EG^2 + FG^2.$$

— Triangle KLM rectangle en L :
$$KM^2 = KL^2 + LM^2.$$

Partie 2 : Calculer la longueur de l'hypoténuse

Exercice 4

Le triangle ABC est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$BC^2 = 36 + 64$$

$$BC^2 = 100$$

$$BC = 10$$

Donc :

$$\boxed{BC = 10 \text{ cm}}$$

Exercice 5

Le triangle DEF est rectangle en D. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$EF^2 = DE^2 + DF^2$$

$$EF^2 = 9^2 + 12^2$$

$$EF^2 = 81 + 144$$

$$EF^2 = 225$$

$$EF = 15$$

Donc :

$$\boxed{EF = 15 \text{ cm}}$$

Partie 3 : Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

Exercice 6

Le triangle GHI est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$GI^2 = GH^2 + HI^2$$

$$13^2 = 12^2 + HI^2$$

$$169 = 144 + HI^2$$

$$HI^2 = 169 - 144$$

$$HI^2 = 25$$

$$HI = 5$$

Donc :

$$\boxed{HI = 5 \text{ cm}}$$

Exercice 7

Le triangle KLM est rectangle en L. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$KM^2 = KL^2 + LM^2$$

$$17^2 = 15^2 + LM^2$$

$$289 = 225 + LM^2$$

$$LM^2 = 289 - 225$$

$$LM^2 = 64$$

$$LM = 8$$

Donc :

$$\boxed{LM = 8 \text{ cm}}$$

Exercice 8

Le triangle RST est rectangle en S. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$RT^2 = RS^2 + ST^2$$

$$30^2 = 24^2 + ST^2$$

$$900 = 576 + ST^2$$

$$ST^2 = 900 - 576$$

$$ST^2 = 324$$

$$ST = 18$$

Donc :

$$\boxed{ST = 18 \text{ m}}$$

Partie 4 : Problèmes avec une situation concrète

Exercice 9

1. Comme $ABHD$ est un rectangle, ses côtés opposés sont de même longueur. Donc :

$$AB = DH = 8 \text{ m} \qquad \text{et} \qquad BH = AD = 6 \text{ m}.$$

2. Le triangle BHC est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = BH^2 + HC^2$$
$$BC^2 = 6^2 + 4^2$$
$$BC^2 = 36 + 16 = 52$$
$$BC = \sqrt{52} \approx 7{,}2$$

Donc :

$$\boxed{BC \approx 7{,}2 \text{ m}}$$

3. Le périmètre du jardin vaut :

$$AB + BC + CD + DA$$

Or :

$$CD = DH + HC = 8 + 4 = 12 \text{ m}$$

Donc :

$$P = 8 + 7{,}2 + 12 + 6 = 33{,}2$$

Donc :

$$\boxed{P \approx 33{,}2 \text{ m}}$$

4. Aire du rectangle $ABHD$:

$$8 \times 6 = 48 \text{ m}^2$$

Aire du triangle rectangle BHC :

$$\frac{BH \times HC}{2} = \frac{6 \times 4}{2} = 12 \text{ m}^2$$

Aire totale :

$$48 + 12 = 60 \text{ m}^2$$

Donc :

$$\boxed{60 \text{ m}^2}$$

Exercice 10

1. Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 24^2 + 10^2$$

$$AC^2 = 576 + 100 = 676$$

$$AC = 26$$

Donc :

$$\boxed{AC = 26 \text{ m}}$$

2. Le périmètre du terrain est :

$$P = 2 \times (24 + 10) = 2 \times 34 = 68$$

Donc :

$$\boxed{68 \text{ m}}$$

3. L'aire du terrain est :

$$A = 24 \times 10 = 240$$

Donc :

$$\boxed{240 \text{ m}^2}$$

4. 35 % de 240 vaut :

$$\frac{35}{100} \times 240 = 84$$

Donc :

$$\boxed{84 \text{ m}^2}$$

5. Le coût de la clôture est :

$$C = 68p$$

Donc :

$$\boxed{C = 68p}$$

Exercice 11

1. Comme H est le milieu de $[AB]$ et que $AB = 8$ m, on a :

$$AH = HB = \frac{8}{2} = 4 \text{ m}$$

2. Dans le triangle SAH, l'angle droit est en H, donc l'hypoténuse est $[SA]$.
3. Le triangle SAH est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$SA^2 = SH^2 + AH^2$$
$$5^2 = SH^2 + 4^2$$
$$25 = SH^2 + 16$$
$$SH^2 = 25 - 16 = 9$$
$$SH = 3$$

Donc :

$$\boxed{SH = 3 \text{ m}}$$

4. L'aire de la façade triangulaire SAB est :

$$\mathcal{A} = \frac{AB \times SH}{2}$$
$$\mathcal{A} = \frac{8 \times 3}{2} = 12$$

Donc :

$$\boxed{12 \text{ m}^2}$$

5. Le toit est assimilé à un prisme droit. Son volume vaut :

$$V = \text{aire de la base} \times \text{longueur}$$
$$V = 12 \times 12 = 144$$

Donc :

$$\boxed{144 \text{ m}^3}$$

Exercice 12

1. Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$AC^2 = 12^2 + 9^2$$
$$AC^2 = 144 + 81 = 225$$
$$AC = 15$$

Donc :

$$\boxed{AC = 15 \text{ m}}$$

2. L'aire de la surface de l'eau est :

$$12 \times 9 = 108$$

Donc :

$$\boxed{108 \text{ m}^2}$$

3. Le volume de la piscine est :

$$V = 12 \times 9 \times 1{,}5 = 162$$

Donc :

$$\boxed{162 \text{ m}^3}$$

4. Comme $1 \text{ m}^3 = 1000$ litres :

$$162 \text{ m}^3 = 162000 \text{ L}$$

Donc :

$$\boxed{162000 \text{ L}}$$

5. À 80 %, le volume d'eau est :

$$\frac{80}{100} \times 162 = 129{,}6 \text{ m}^3$$

soit :

$$129{,}6 \times 1000 = 129600 \text{ L}$$

Donc la piscine contient :

$$\boxed{129{,}6 \text{ m}^3} \quad \text{ou} \quad \boxed{129600 \text{ L}}$$

Exercice 13

1. Dans le triangle ABC, l'angle droit est en B, donc l'hypoténuse est $[AC]$.
2. Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$1{,}5^2 = AB^2 + 0{,}9^2$$
$$2{,}25 = AB^2 + 0{,}81$$
$$AB^2 = 2{,}25 - 0{,}81 = 1{,}44$$
$$AB = 1{,}2$$

Donc :

$$\boxed{AB = 1{,}2 \text{ m}}$$

3. L'aire de la face triangulaire ABC est :

$$\mathcal{A} = \frac{AB \times BC}{2}$$
$$\mathcal{A} = \frac{1{,}2 \times 0{,}9}{2} = 0{,}54$$

Donc :

$$\boxed{0{,}54 \text{ m}^2}$$

4. Le volume du prisme droit est :

$$V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur du prisme}$$
$$V = 0{,}54 \times 2{,}5 = 1{,}35$$

Donc :

$$\boxed{1{,}35 \text{ m}^3}$$

5. Aire totale des deux faces triangulaires :

$$2 \times 0{,}54 = 1{,}08 \text{ m}^2$$

Coût :

$$1{,}08 \times 18 = 19{,}44$$

Donc :

$$\boxed{19{,}44\ e}$$

Exercice 14

1. Dans le triangle ABC, l'angle droit est en B, donc l'hypoténuse est $[AC]$.
2. Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$5^2 = AB^2 + 1^2$$
$$25 = AB^2 + 1$$
$$AB^2 = 24$$
$$AB = \sqrt{24} \approx 4{,}90$$

Donc :

$$\boxed{AB \approx 4{,}90 \text{ m}}$$

3. Le pourcentage de pente vaut :

$$\text{pente} = \frac{1}{4{,}90} \times 100 \approx 20{,}41$$

Donc :

$$\boxed{\text{pente} \approx 20{,}4\,\%}$$

4. La norme impose une pente maximale de 25 %. Or :

$$20{,}4 < 25$$

Donc la rampe respecte la norme.

$$\boxed{\text{Oui, la rampe respecte la norme.}}$$

5. La main courante a la même longueur que la rampe, soit 5 m. Son coût est :

$$5 \times 32 = 160$$

Donc :

$$\boxed{160\ e}$$

Exercice 15

1. Dans un losange, les diagonales se coupent en leur milieu. Donc :

$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$$

2. Dans le triangle AOB, l'angle droit est en O, donc l'hypoténuse est $[AB]$.
3. Le triangle AOB est rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AB^2 = AO^2 + BO^2$$

$$39^2 = 30^2 + BO^2$$

$$1521 = 900 + BO^2$$

$$BO^2 = 1521 - 900 = 621$$

$$BO = \sqrt{621} \approx 24{,}9$$

Donc :

$$\boxed{BO \approx 24{,}9 \text{ cm}}$$

4. Comme O est le milieu de $[BD]$, on a :

$$BD = 2 \times BO \approx 2 \times 24{,}9 = 49{,}8$$

Donc :

$$\boxed{BD \approx 49{,}8 \text{ cm}}$$

5. L'aire du cerf-volant vaut :

$$\mathcal{A} = \frac{AC \times BD}{2}$$

$$\mathcal{A} = \frac{60 \times 49{,}8}{2} = 1494$$

Donc :

$$\boxed{\mathcal{A} \approx 1494 \text{ cm}^2}$$

6. Le périmètre du losange vaut :

$$4 \times AB = 4 \times 39 = 156 \text{ cm}$$

soit :

$$156 \text{ cm} = 1{,}56 \text{ m}$$

Prix du ruban :

$$1{,}56 \times 0{,}80 = 1{,}248$$

Soit, au centime près :

$$\boxed{1{,}25\ e}$$