



Correction – Trigonométrie

Partie 1 : Identifier les côtés et écrire les rapports

Exercice 1

1. Dans le triangle ABC rectangle en C :

- l'hypoténuse est le côté $[AB]$;
- le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$ est $[BC]$;
- le côté adjacent à l'angle $\widehat{A}$ est $[AC]$.

2. Dans le triangle DEF rectangle en F :

- l'hypoténuse est le côté $[DE]$;
- le côté opposé à l'angle $\widehat{E}$ est $[DF]$;
- le côté adjacent à l'angle $\widehat{E}$ est $[EF]$.

Exercice 2

Le triangle ABC est rectangle en A .

Pour l'angle $\widehat{ABC}$:

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC},$$

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC},$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{AC}{AB}.$$

Pour l'angle $\widehat{ACB}$:

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{AC}{BC},$$

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC},$$

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}.$$

Exercice 3

Le triangle IJK est rectangle en I . Son hypoténuse est donc $[JK]$.

Pour l'angle $\widehat{IJK}$:

$$\cos \widehat{IJK} = \frac{IJ}{JK}, \quad \sin \widehat{IJK} = \frac{IK}{JK}, \quad \tan \widehat{IJK} = \frac{IK}{IJ}.$$

Pour l'angle $\widehat{IKJ}$:

$$\cos \widehat{IKJ} = \frac{IK}{JK}, \quad \sin \widehat{IKJ} = \frac{IJ}{JK}, \quad \tan \widehat{IKJ} = \frac{IJ}{IK}.$$

Exercice 4

1. Dans le triangle ABC rectangle en B , on connaît le côté adjacent à l'angle $\hat{A}$ et on cherche le côté opposé.

On doit donc utiliser la tangente :

$$\tan \hat{A} = \frac{BC}{AB}.$$

Il faut utiliser la tangente.

2. Dans le triangle DEF rectangle en D , on connaît le côté opposé à l'angle $\hat{F}$ et on cherche l'hypoténuse.

On doit donc utiliser le sinus :

$$\sin \hat{F} = \frac{DE}{EF}.$$

Il faut utiliser le sinus.

Exercice 5

Dans un triangle rectangle, le sinus et le cosinus d'un angle aigu sont compris entre 0 et 1.

La tangente d'un angle aigu peut être supérieure à 1.

- a. $\cos \hat{A} = 1,4$ est impossible, car $1,4 > 1$.
- b. $\sin \hat{B} = 0,72$ est possible.
- c. $\tan \hat{C} = 2,3$ est possible.
- d. $\cos \hat{D} = -0,2$ est impossible, car le cosinus d'un angle aigu est positif.
- e. $\sin \hat{E} = 1,2$ est impossible, car $1,2 > 1$.
- f. $\tan \hat{F} = 0,35$ est possible.

Les valeurs impossibles sont a, d et e.

Partie 2 : Calculer une longueur

Exercice 6

Le triangle ABC est rectangle en A .

On connaît l'hypoténuse BC et on cherche le côté AB , adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$.

On utilise donc le cosinus :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}.$$

On remplace par les valeurs données :

$$\cos 35^\circ = \frac{AB}{8,4}.$$

Donc :

$$AB = 8,4 \times \cos 35^\circ.$$

À la calculatrice :

$$AB \approx 8,4 \times 0,8192 \approx 6,88.$$

Arrondi au millimètre près :

$AB \approx 6,9 \text{ cm}$

Exercice 7

Le triangle RST est rectangle en S .

On connaît l'hypoténuse RT et on cherche le côté ST , opposé à l'angle $\widehat{SRT}$.

On utilise donc le sinus :

$$\sin \widehat{SRT} = \frac{ST}{RT}.$$

On remplace par les valeurs données :

$$\sin 48^\circ = \frac{ST}{12}.$$

Donc :

$$ST = 12 \times \sin 48^\circ.$$

À la calculatrice :

$$ST \approx 12 \times 0,7431 \approx 8,92.$$

Arrondi au millimètre près :

$ST \approx 8,9 \text{ cm}$

Exercice 8

Le triangle MNP est rectangle en N .

On connaît le côté MN , adjacent à l'angle $\widehat{NMP}$, et on cherche le côté opposé NP .

On utilise donc la tangente :

$$\tan \widehat{NMP} = \frac{NP}{MN}.$$

On remplace par les valeurs données :

$$\tan 57^\circ = \frac{NP}{6,5}.$$

Donc :

$$NP = 6,5 \times \tan 57^\circ.$$

À la calculatrice :

$$NP \approx 6,5 \times 1,5399 \approx 10,01.$$

Arrondi au millimètre près :

$NP \approx 10,0 \text{ cm}$

Partie 3 : Calculer un angle

Exercice 9

Le triangle ABC est rectangle en A .

Par rapport à l'angle $\widehat{ABC}$:

- le côté opposé est $[AC]$;
- le côté adjacent est $[AB]$.

On utilise donc la tangente :

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}.$$

On remplace par les valeurs données :

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{7,1}{4,8}.$$

Donc :

$$\widehat{ABC} = \tan^{-1} \left(\frac{7,1}{4,8} \right).$$

À la calculatrice :

$$\widehat{ABC} \approx 55,93^\circ.$$

Arrondi au degré près :

$\widehat{ABC} \approx 56^\circ$

Exercice 10

On note H le point de l'arbre situé à la même hauteur que les yeux de la personne et S le sommet de l'arbre.

Le triangle formé par la ligne horizontale, l'arbre et la ligne de visée est rectangle en H .

La distance horizontale jusqu'à l'arbre est de 18 m.

On cherche d'abord la hauteur HS située au-dessus du niveau des yeux.

On utilise la tangente :

$$\tan 41^\circ = \frac{HS}{18}.$$

Donc :

$$HS = 18 \times \tan 41^\circ.$$

À la calculatrice :

$$HS \approx 18 \times 0,8693 \approx 15,65.$$

Les yeux de la personne sont situés à 1,65 m du sol.

La hauteur totale de l'arbre est donc :

$$15,65 + 1,65 = 17,30.$$

Arrondie au décimètre près :

La hauteur de l'arbre est d'environ 17,3 m.

Partie 4 : Exercices de type brevet

Exercice 11

La rampe, le sol et la hauteur forment un triangle rectangle.

La rampe mesure 6 m : il s'agit de l'hypoténuse.

La hauteur est de 0,72 m.

1. On cherche l'angle formé par la rampe et le sol.

Le côté opposé à cet angle mesure 0,72 m et l'hypoténuse mesure 6 m.

On utilise le sinus :

$$\sin \hat{A} = \frac{0,72}{6}.$$

Donc :

$$\hat{A} = \sin^{-1} \left(\frac{0,72}{6} \right).$$

À la calculatrice :

$$\hat{A} \approx 6,89^\circ.$$

Arrondi au dixième de degré près :

$$\hat{A} \approx 6,9^\circ$$

2. La réglementation impose un angle inférieur ou égal à 7° .

Or :

$$6,9^\circ < 7^\circ.$$

La rampe respecte la condition imposée.

3. On cherche la longueur horizontale AB .

D'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 + 0,72^2 = 6^2.$$

Donc :

$$AB^2 = 36 - 0,5184 = 35,4816.$$

Ainsi :

$$AB = \sqrt{35,4816} \approx 5,9566.$$

Arrondie au centimètre près :

$$AB \approx 5,96 \text{ m}$$

Exercice 12

L'échelle, le mur et le sol forment un triangle ABC rectangle en A .

On donne :

$$BC = 5 \text{ m} \quad \text{et} \quad AB = 1,80 \text{ m}.$$

1. Calcul de la hauteur AC atteinte par l'échelle.

D'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2.$$

Donc :

$$1,8^2 + AC^2 = 5^2.$$

Ainsi :

$$AC^2 = 25 - 3,24 = 21,76.$$

Par conséquent :

$$AC = \sqrt{21,76} \approx 4,6648.$$

Arrondie au centimètre près :

$$\boxed{AC \approx 4,66 \text{ m}}$$

2. Calcul de l'angle $\widehat{ACB}$ formé par l'échelle et le mur.

Le côté opposé à cet angle est $[AB]$ et l'hypoténuse est $[BC]$.

On utilise donc le sinus :

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}.$$

On remplace par les valeurs données :

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{1,8}{5}.$$

Donc :

$$\widehat{ACB} = \sin^{-1} \left(\frac{1,8}{5} \right).$$

À la calculatrice :

$$\widehat{ACB} \approx 21,10^\circ.$$

Arrondi au degré près :

$$\boxed{\widehat{ACB} \approx 21^\circ}$$

3. Le triangle ABC est rectangle en A .

La somme de ses deux angles aigus est donc égale à 90° .

L'angle formé par l'échelle et le sol mesure :

$$90^\circ - 21,10^\circ = 68,90^\circ.$$

Arrondi au degré près :

$$\widehat{ABC} \approx 69^\circ$$

4. Pour des raisons de sécurité, l'angle formé par l'échelle et le sol doit être compris entre 65° et 75° .

Or :

$$65^\circ < 69^\circ < 75^\circ.$$

L'installation respecte la recommandation de sécurité.

Fin de la correction