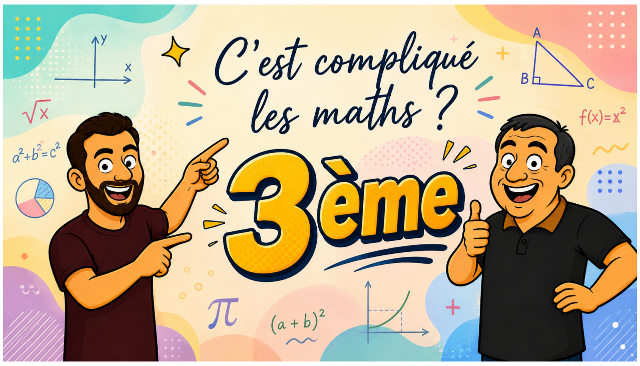


Cours : Trigonométrie

1) Calculer des rapports trigonométriques

Définition

Un **rapport trigonométrique** est un quotient entre les longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle.

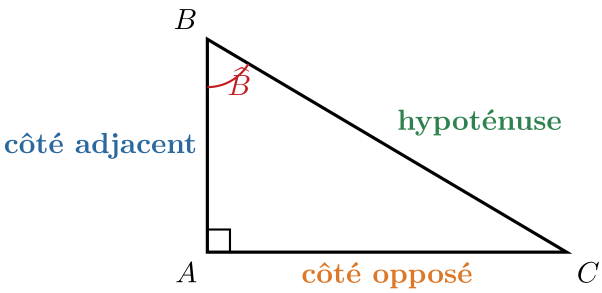
Méthode

Pour un angle aigu d'un triangle rectangle, on repère :

— l'**hypoténuse**, opposée à l'angle droit ;

— le **côté adjacent**, qui touche l'angle étudié sans être l'hypoténuse ;

— le **côté opposé**, qui ne touche pas l'angle étudié.



Définitions et propriétés

Pour un angle aigu d'un triangle rectangle :

$$\boxed{\cos(\text{angle}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}} \qquad \boxed{\sin(\text{angle}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}}$$

$$\boxed{\tan(\text{angle}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}}$$

Astuce

Pour mémoriser les formules, on utilise :

SOH CAH TOA

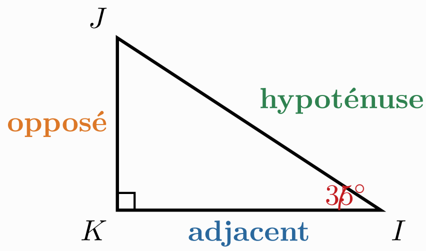
$$\mathbf{S}inus = \frac{\mathbf{O}\text{pposé}}{\mathbf{H}\text{ypoténuse}} \qquad \mathbf{C}osinus = \frac{\mathbf{A}\text{djacent}}{\mathbf{H}\text{ypoténuse}} \qquad \mathbf{T}angente = \frac{\mathbf{O}\text{pposé}}{\mathbf{A}\text{djacent}}$$

Exemple

On considère le triangle IJK rectangle en K tel que :

$$\widehat{JIK} = 35°$$

Par rapport à l'angle de 35° :
- IJ est l'hypoténuse ;
- IK est le côté adjacent ;
- JK est le côté opposé.



$$\cos(35°) = \frac{IK}{IJ}$$

$$\sin(35°) = \frac{JK}{IJ} \qquad \text{et} \qquad \tan(35°) = \frac{JK}{IK}$$

Remarque

Le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle n'ont pas d'unité.

Propriétés

Pour tout angle aigu $\widehat{A}$:

$$0 < \cos(\widehat{A}) < 1, \qquad 0 < \sin(\widehat{A}) < 1, \qquad \tan(\widehat{A}) > 0.$$

$$\cos^2(\widehat{A}) + \sin^2(\widehat{A}) = 1$$

et :

$$\tan(\widehat{A}) = \frac{\sin(\widehat{A})}{\cos(\widehat{A})}$$

2) Calculer la longueur d'un côté

Méthode

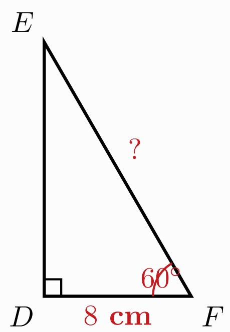
Dans un triangle rectangle, si l'on connaît la longueur d'un côté et la mesure d'un angle aigu, on choisit le rapport trigonométrique qui contient la longueur connue et la longueur cherchée.
On remplace ensuite les données dans la formule et on résout l'équation obtenue.

Exemple

Le triangle EFD est rectangle en D.
On sait que :

$$FD = 8 \text{ cm} \qquad \text{et} \qquad \widehat{EFD} = 60^\circ$$

On cherche la longueur EF.



Dans le triangle EFD rectangle en D, FD est le côté adjacent à l'angle $\widehat{EFD}$ et EF est l'hypoténuse.
On utilise le cosinus :

$$\cos(\widehat{EFD}) = \frac{FD}{EF}$$

$$\cos(60^\circ) = \frac{8}{EF}$$

$$EF = \frac{8}{\cos(60^\circ)} = \frac{8}{0{,}5} = 16$$

Ainsi :

$$\boxed{EF = 16 \text{ cm}}$$

Remarque

Pour calculer la longueur du troisième côté d'un triangle rectangle, on peut également utiliser le théorème de Pythagore.

3) Calculer la mesure d'un angle

Méthode

Dans un triangle rectangle, si l'on connaît les longueurs de deux côtés, on choisit le rapport trigonométrique qui utilise ces deux côtés.
On utilise ensuite la touche inverse correspondante de la calculatrice :

$$\cos^{-1}, \qquad \sin^{-1} \qquad \text{ou} \qquad \tan^{-1}.$$

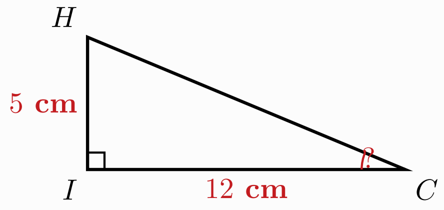
La calculatrice doit être réglée en **mode degré**.

Exemple

Le triangle HIC est rectangle en I.
On sait que :

$$HI = 5 \text{ cm} \qquad \text{et} \qquad IC = 12 \text{ cm}$$

On cherche la mesure de l'angle $\widehat{HCI}$.



Dans le triangle HIC rectangle en I :

— HI est le côté opposé ;
— IC est le côté adjacent.

On utilise la tangente :

$$\tan(\widehat{HCI}) = \frac{HI}{IC} = \frac{5}{12}$$

À l'aide de la touche $\tan^{-1}$:

$$\widehat{HCI} = \tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right) \approx 22{,}6°$$

Ainsi, au degré près :

$$\boxed{\widehat{HCI} \approx 23°}$$

Remarque

Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180°.
Dans l'exemple précédent :

$$\widehat{IHC} = 180° - 90° - \widehat{HCI}$$

$$\widehat{IHC} \approx 180° - 90° - 23°$$

Ainsi :

$$\boxed{\widehat{IHC} \approx 67°}$$