



# Équations

Niveau 3<sup>e</sup> – Corrigé

Corrigé détaillé des exercices sur les équations du premier degré, les équations produit nul et les équations du type  $x^2 = a$ .

## Chapitre : Équations

Compétences travaillées : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer

## Partie 1 : Résoudre une équation du premier degré

### Exercice 1 – Échauffement

Compétence travaillée : Calculer

Difficulté : ★○○

1.  $x + 7 = 15$

$$x = 15 - 7$$

$$x = 8$$

Donc :

$$\boxed{x = 8}$$

2.  $x - 9 = 4$

$$x = 4 + 9$$

$$x = 13$$

Donc :

$$\boxed{x = 13}$$

3.  $3x = 21$

$$x = \frac{21}{3}$$

$$x = 7$$

Donc :

$$\boxed{x = 7}$$

4.  $-5x = 40$

$$x = \frac{40}{-5}$$

$$x = -8$$

Donc :

$$\boxed{x = -8}$$

5.  $\frac{x}{4} = 6$

$$x = 6 \times 4$$

$$x = 24$$

Donc :

$$\boxed{x = 24}$$

6.  $2x + 1 = 13$

$$2x = 13 - 1$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

Donc :

$$\boxed{x = 6}$$

## Exercice 2 – Isoler l'inconnue

Compétence travaillée : Calculer

Difficulté : \* o o

1.  $4x - 8 = 20$

$$4x = 20 + 8$$

$$4x = 28$$

$$x = 7$$

Donc :

$$\boxed{x = 7}$$

2.  $7x + 5 = 33$

$$7x = 33 - 5$$

$$7x = 28$$

$$x = 4$$

Donc :

$$\boxed{x = 4}$$

3.  $9 - 2x = 17$

$$-2x = 17 - 9$$

$$-2x = 8$$

$$x = -4$$

Donc :

$$\boxed{x = -4}$$

4.  $5x + 11 = -4$

$$5x = -4 - 11$$

$$5x = -15$$

$$x = -3$$

Donc :

$$\boxed{x = -3}$$

5.  $6 - 3x = 24$

$$-3x = 24 - 6$$

$$-3x = 18$$

$$x = -6$$

Donc :

$$\boxed{x = -6}$$

6.  $12x - 7 = 5$

$$12x = 5 + 7$$

$$12x = 12$$

$$x = 1$$

Donc :

$$\boxed{x = 1}$$

### Exercice 3 – Équations avec l'inconnue des deux côtés

Compétence travaillée : Calculer

Difficulté : ★★○

1.  $5x - 4 = 2x + 11$

$$5x - 2x = 11 + 4$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

Donc :

$$\boxed{x = 5}$$

2.  $7x + 3 = 4x - 15$

$$7x - 4x = -15 - 3$$

$$3x = -18$$

$$x = -6$$

Donc :

$$\boxed{x = -6}$$

3.  $9 - 2x = 5x + 30$

$$-2x - 5x = 30 - 9$$

$$-7x = 21$$

$$x = -3$$

Donc :

$$\boxed{x = -3}$$

4.  $8x - 6 = 3x + 19$

$$8x - 3x = 19 + 6$$

$$5x = 25$$

$$x = 5$$

Donc :

$$\boxed{x = 5}$$

5.  $12 - 4x = 2x - 18$

$$-4x - 2x = -18 - 12$$

$$-6x = -30$$

$$x = 5$$

Donc :

$$\boxed{x = 5}$$

### Exercice 4 – Avec parenthèses

Compétences travaillées : Calculer, raisonner

Difficulté : ★★○

1.  $3(x + 4) = 27$

$$3x + 12 = 27$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

Donc :

$$\boxed{x = 5}$$

2.  $5(2x - 1) = 35$

$$10x - 5 = 35$$

$$10x = 40$$

$$x = 4$$

Donc :

$$\boxed{x = 4}$$

3.  $4(x - 3) = 2x + 10$

$$4x - 12 = 2x + 10$$

$$4x - 2x = 10 + 12$$

$$2x = 22$$

$$x = 11$$

Donc :

$$\boxed{x = 11}$$

4.  $6 - 2(3x + 1) = 16$

$$6 - 6x - 2 = 16$$

$$4 - 6x = 16$$

$$-6x = 12$$

$$x = -2$$

Donc :

$$\boxed{x = -2}$$

5.  $7(x - 2) = 3(x + 6)$

$$7x - 14 = 3x + 18$$

$$7x - 3x = 18 + 14$$

$$4x = 32$$

$$x = 8$$

Donc :

$$\boxed{x = 8}$$

### Exercice 5 – Traduire une situation par une équation

Compétences travaillées : Chercher, modéliser, calculer

Difficulté : ★★○

1. On note  $x$  le nombre de départ.

$$4x + 9 = 45$$

$$4x = 45 - 9$$

$$4x = 36$$

$$x = 9$$

Donc le nombre de départ était :

$$\boxed{9}$$

2. On note  $x$  le nombre de mois payés.

$$18x + 25 = 187$$

$$18x = 187 - 25$$

$$18x = 162$$

$$x = 9$$

Donc :

$$\boxed{9 \text{ mois}}$$

3. On note  $x$  la largeur du rectangle.

$$2(x + x + 5) = 34$$

$$2(2x + 5) = 34$$

$$4x + 10 = 34$$

$$4x = 24$$

$$x = 6$$

La largeur est donc 6 cm et la longueur est :

$$6 + 5 = 11$$

Donc :

6 cm et 11 cm

4. On note  $x$  le nombre de garçons. Il y a alors  $x + 4$  filles.

$$x + (x + 4) = 28$$

$$2x + 4 = 28$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

Il y a donc 12 garçons et :

$$12 + 4 = 16$$

filles.

Donc :

12 garçons et 16 filles

---

## Partie 2 : Résoudre une équation produit nul

### Exercice 6 – Utiliser la propriété du produit nul

Compétence travaillée : Calculer

Difficulté : ★○○

1.  $(x - 4)(x + 7) = 0$

$$x - 4 = 0$$

ou

$$x + 7 = 0$$

$$x = 4$$

ou

$$x = -7$$

Donc :

$x = 4$  ou  $x = -7$

2.  $(2x - 6)(x - 5) = 0$

$$2x - 6 = 0$$

ou

$$x - 5 = 0$$

$$2x = 6$$

ou

$$x = 5$$

$$x = 3$$

ou

$$x = 5$$

Donc :

$x = 3$  ou  $x = 5$

3.  $(3x + 9)(x - 2) = 0$

$$3x + 9 = 0$$

ou

$$x - 2 = 0$$

$$x = -3$$

ou

$$x = 2$$

Donc :

$$\boxed{x = -3 \text{ ou } x = 2}$$

4.  $(5x - 10)(4x + 8) = 0$

$$5x - 10 = 0$$

ou

$$4x + 8 = 0$$

$$x = 2$$

ou

$$x = -2$$

Donc :

$$\boxed{x = 2 \text{ ou } x = -2}$$

5.  $(7x + 14)(2x - 1) = 0$

$$7x + 14 = 0$$

ou

$$2x - 1 = 0$$

$$x = -2$$

ou

$$x = \frac{1}{2}$$

Donc :

$$\boxed{x = -2 \text{ ou } x = \frac{1}{2}}$$

6.  $(x + 3)(6x - 18) = 0$

$$x + 3 = 0$$

ou

$$6x - 18 = 0$$

$$x = -3$$

ou

$$x = 3$$

Donc :

$$\boxed{x = -3 \text{ ou } x = 3}$$

## Exercice 7 – Factoriser avant de résoudre

Compétences travaillées : Calculer, raisonner

Difficulté : ★★○

1.  $x(x - 5) = 0$

$$x = 0$$

ou

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

ou

$$x = 5$$

Donc :

$$\boxed{x = 0 \text{ ou } x = 5}$$

2.  $4x(x + 3) = 0$

$$x = 0$$

ou

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

ou

$$x = -3$$

Donc :

$$\boxed{x = 0 \text{ ou } x = -3}$$

3.  $(x + 2)^2 = 0$

$$(x + 2)(x + 2) = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

Donc :

$$\boxed{x = -2}$$

4.  $(3x - 1)(x + 4) = 0$

$$3x - 1 = 0$$

ou

$$x + 4 = 0$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

ou

$$x = -4$$

Donc :

$$\boxed{x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = -4}$$

5.  $x^2 - 9 = 0$

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x = 3$$

ou

$$x = -3$$

Donc :

$$\boxed{x = -3 \text{ ou } x = 3}$$

$$6. x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$$

$$(x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = 4$$

ou

$$x = -4$$

Donc :

$$\boxed{x = -4 \text{ ou } x = 4}$$

### Exercice 8 – Attention aux pièges

Compétences travaillées : Reasonner, calculer

Difficulté : ★★○

1. Oui, c'est une équation produit nul :

$$(x - 3)(x + 8) = 0$$

$$x - 3 = 0$$

ou

$$x + 8 = 0$$

$$x = 3$$

ou

$$x = -8$$

Donc :

$$\boxed{x = 3 \text{ ou } x = -8}$$

2.  $(x + 5)(2x - 7) = 12$

Ce n'est pas une équation produit nul, car le second membre n'est pas égal à 0.

3.  $x(4x - 20) = 0$

Oui, c'est une équation produit nul :

$$x = 0$$

ou

$$4x - 20 = 0$$

$$x = 5$$

ou

$$x = 5$$

Donc :

$$\boxed{x = 0 \text{ ou } x = 5}$$

4.  $(x - 1) + (x + 4) = 0$

Ce n'est pas une équation produit nul, car il s'agit d'une somme.

On peut la résoudre ainsi :

$$x - 1 + x + 4 = 0$$

$$2x + 3 = 0$$

$$2x = -3$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

Donc :

$$\boxed{x = -\frac{3}{2}}$$

5.  $(6x + 3)(x - 9) = 0$

$$6x + 3 = 0$$

ou

$$x - 9 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

ou

$$x = 9$$

Donc :

$$x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = 9$$

---

## Partie 3 : Résoudre une équation du type $x^2 = a$

### Exercice 9 – Carrés parfaits

Compétence travaillée : Calculer

Difficulté : ★ ○ ○

1.  $x^2 = 25$

On reconnaît :

$$25 = 5^2$$

Donc :

$$x = -5$$

ou

$$x = 5$$

Ainsi :

$$x = -5 \text{ ou } x = 5$$

2.  $x^2 = 49$

On reconnaît :

$$49 = 7^2$$

Donc :

$$x = -7$$

ou

$$x = 7$$

Ainsi :

$$x = -7 \text{ ou } x = 7$$

3.  $x^2 = 81$

On reconnaît :

$$81 = 9^2$$

Donc :

$$x = -9$$

ou

$$x = 9$$

Ainsi :

$$x = -9 \text{ ou } x = 9$$

4.  $x^2 = 1$

On reconnaît :

$$1 = 1^2$$

Donc :

$$x = -1$$

ou

$$x = 1$$

Ainsi :

$$x = -1 \text{ ou } x = 1$$

5.  $x^2 = 0$

Le seul nombre dont le carré vaut 0 est 0.

Donc :

$$x = 0$$

6.  $x^2 = 144$

On reconnaît :

$$144 = 12^2$$

Donc :

$$x = -12$$

ou

$$x = 12$$

Ainsi :

$$x = -12 \text{ ou } x = 12$$

## Exercice 10 – Solutions exactes

Compétence travaillée : Calculer

Difficulté : ★★○

1.  $x^2 = 12$

Comme  $12 > 0$ , l'équation admet deux solutions :

$$x = -\sqrt{12}$$

ou

$$x = \sqrt{12}$$

Donc :

$$x = -\sqrt{12} \text{ ou } x = \sqrt{12}$$

2.  $x^2 = 50$

Comme  $50 > 0$ , l'équation admet deux solutions :

$$x = -\sqrt{50}$$

ou

$$x = \sqrt{50}$$

Donc :

$$x = -\sqrt{50} \text{ ou } x = \sqrt{50}$$

3.  $x^2 = 7$

Comme  $7 > 0$ , l'équation admet deux solutions :

$$x = -\sqrt{7}$$

ou

$$x = \sqrt{7}$$

Donc :

$$x = -\sqrt{7} \text{ ou } x = \sqrt{7}$$

4.  $x^2 = \frac{9}{16}$

On reconnaît :

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

Donc :

$$x = -\frac{3}{4}$$

ou

$$x = \frac{3}{4}$$

Ainsi :

$$x = -\frac{3}{4} \text{ ou } x = \frac{3}{4}$$

5.  $x^2 = 0,36$

On reconnaît :

$$0,6^2 = 0,36$$

Donc :

$$x = -0,6$$

ou

$$x = 0,6$$

Ainsi :

$$x = -0,6 \text{ ou } x = 0,6$$

6.  $x^2 = -4$

Un carré est toujours positif ou nul.

Il n'existe donc aucun nombre réel dont le carré vaut  $-4$ .

Donc :

$$\text{aucune solution}$$

## Exercice 11 – Choisir la bonne méthode

Compétences travaillées : Reasonner, calculer

Difficulté : ★★○

1.  $6x - 18 = 0$

$$6x = 18$$

$$x = 3$$

Donc :

$$\boxed{x = 3}$$

2.  $(x + 2)(x - 9) = 0$

$$x + 2 = 0$$

ou

$$x - 9 = 0$$

$$x = -2$$

ou

$$x = 9$$

Donc :

$$\boxed{x = -2 \text{ ou } x = 9}$$

3.  $x^2 = 64$

$$x = -8$$

ou

$$x = 8$$

Donc :

$$\boxed{x = -8 \text{ ou } x = 8}$$

4.  $4x + 7 = 2x - 5$

$$4x - 2x = -5 - 7$$

$$2x = -12$$

$$x = -6$$

Donc :

$$\boxed{x = -6}$$

5.  $x^2 = 11$

$$x = -\sqrt{11}$$

ou

$$x = \sqrt{11}$$

Donc :

$$\boxed{x = -\sqrt{11} \text{ ou } x = \sqrt{11}}$$

6.  $(3x - 12)(5x + 10) = 0$

$$3x - 12 = 0$$

ou

$$5x + 10 = 0$$

$$x = 4$$

ou

$$x = -2$$

Donc :

$$\boxed{x = 4 \text{ ou } x = -2}$$

## Partie 4 : Exercices bilan et type brevet

### Exercice 12 – Bilan 1 : programme de calcul

Compétences travaillées : Chercher, modéliser, représenter, calculer

Difficulté : \*\*\*

Le programme donne :

$$x^2 + 4x + 3.$$

1. Si l'on choisit 2 :

$$2^2 + 4 \times 2 + 3 = 4 + 8 + 3$$

$$2^2 + 4 \times 2 + 3 = 15$$

Donc :

$$\boxed{15}$$

2. Si l'on choisit  $-4$  :

$$(-4)^2 + 4 \times (-4) + 3 = 16 - 16 + 3$$

$$(-4)^2 + 4 \times (-4) + 3 = 3$$

Donc :

$$\boxed{3}$$

3. En fonction de  $x$ , le résultat est :

$$\boxed{x^2 + 4x + 3}$$

4. On développe :

$$(x + 1)(x + 3) = x^2 + 3x + x + 3$$

$$(x + 1)(x + 3) = x^2 + 4x + 3$$

Donc :

$$\boxed{x^2 + 4x + 3 = (x + 1)(x + 3)}$$

5. Dans la cellule B2, on peut saisir :

$$\boxed{=(B1+1)*(B1+3)}$$

6. Le programme donne 0 lorsque :

$$(x + 1)(x + 3) = 0$$

$$x + 1 = 0$$

ou

$$x + 3 = 0$$

$$x = -1$$

ou

$$x = -3$$

Donc :

$$\boxed{x = -3 \text{ ou } x = -1}$$

7. Dans le tableau, le résultat vaut 0 pour :

$$x = -3$$

et

$$x = -1$$

## Exercice 13 – Bilan 2 : expression et équation

Compétences travaillées : Calculer, raisonner

Difficulté : \*\*\*

On considère :

$$E = (x - 3)(2x + 5) - 5(x - 3).$$

1. On développe :

$$(x - 3)(2x + 5) = 2x^2 + 5x - 6x - 15$$

$$(x - 3)(2x + 5) = 2x^2 - x - 15$$

Puis :

$$-5(x - 3) = -5x + 15$$

Donc :

$$E = 2x^2 - x - 15 - 5x + 15$$

$$E = 2x^2 - 6x$$

Ainsi :

$$\boxed{E = 2x^2 - 6x}$$

2. On factorise :

$$E = (x - 3)(2x + 5) - 5(x - 3)$$

$$E = (x - 3)[(2x + 5) - 5]$$

$$E = (x - 3)(2x)$$

$$E = 2x(x - 3)$$

Donc :

$$\boxed{E = 2x(x - 3)}$$

3. En développant :

$$2x(x - 3) = 2x^2 - 6x$$

On retrouve bien :

$$\boxed{E = 2x(x - 3)}$$

4. On résout :

$$E = 0$$

$$2x(x - 3) = 0$$

$$x = 0$$

ou

$$x - 3 = 0$$

$$x = 0$$

ou

$$x = 3$$

Donc :

$$\boxed{x = 0 \text{ ou } x = 3}$$

5. Pour  $x = 4$  :

$$E = 2 \times 4 \times (4 - 3)$$

$$E = 8$$

Donc :

$$\boxed{E = 8}$$

### Exercice 14 – Bilan 3 : installation rentable

Compétences travaillées : Chercher, modéliser, raisonner, calculer

Difficulté : \*\*\*

1. Le montant économisé au bout de  $n$  années est :

$$70n$$

2. Le coût total au bout de  $n$  années est :

$$240 + 18n$$

3. On compare les montants :

Nombre d'années $n$	Économies $70n$	Coût total $240 + 18n$
1	70	258
2	140	276
3	210	294
4	280	312
5	350	330

4. Pour 4 années :

$$280 < 312$$

L'installation n'est pas encore rentable.

Pour 5 années :

$$350 > 330$$

L'installation devient rentable.

Donc :

à partir de 5 ans

5. Si l'entretien coûte 30 € par an :

Nombre d'années $n$	Économies $70n$	Coût total $240 + 30n$
5	350	390
6	420	420
7	490	450

À partir de 6 ans, les économies compensent le coût total.

Donc :

6 ans

### Exercice 15 – Bilan 4 : des aires égales

Compétences travaillées : Chercher, modéliser, représenter, calculer

Difficulté : \*\*\*

1. Si  $AB = 36$  cm :

$$\mathcal{A}_{\text{carré}} = 36^2$$

$$\mathcal{A}_{\text{carré}} = 1296$$

Donc :

$$1296 \text{ cm}^2$$

2. Comme  $AD = 36$  cm et  $AE = 12$  cm :

$$DE = AD - AE$$

$$DE = 36 - 12$$

$$DE = 24$$

Donc :

$$\boxed{DE = 24 \text{ cm}}$$

3. L'aire du rectangle est :

$$24 \times 20 = 480$$

Donc :

$$\boxed{480 \text{ cm}^2}$$

4. L'aire du carré est :

$$\boxed{x^2}$$

5. La longueur  $DE$  vaut :

$$\boxed{x - 12}$$

6. L'aire du rectangle vaut :

$$\boxed{20(x - 12)}$$

7. On cherche :

$$x^2 = 20(x - 12)$$

$$x^2 = 20x - 240$$

$$x^2 - 20x + 240 = 0$$

On teste plusieurs valeurs possibles, avec  $x > 12$  :

$x$	Aire du carré $x^2$	Aire du rectangle $20(x - 12)$
13	169	20
15	225	60
20	400	160
30	900	360

Pour les valeurs testées, les deux aires ne sont pas égales.

On admet ici qu'il n'existe pas de valeur de  $x$  permettant d'obtenir deux aires égales.

Donc :

$\boxed{\text{il n'existe pas de valeur possible de } x}$

## Exercice 16 – Bilan 5 : programmes et Scratch

**Compétences travaillées :** Chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer

**Difficulté :** \*\*\*

1. Avec le nombre 2 :

Programme A :

$$2 + 3 = 5$$

$$5^2 = 25$$

Programme B :

$$2 + 5 = 7$$

$$7 \times 2 = 14$$

$$14 + 5 = 19$$

Donc :

$\boxed{\text{Programme A : 25 ; Programme B : 19}}$

2. Programme A :

$$x + 3$$

puis :

$$(x + 3)^2$$

Donc :

$$\boxed{(x + 3)^2}$$

3. Programme B :

$$x + 5$$

puis :

$$x(x + 5)$$

puis :

$$x(x + 5) + 5$$

Donc :

$$\boxed{x(x + 5) + 5}$$

4. On résout :

$$(x + 3)^2 = x(x + 5) + 5$$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 5x + 5$$

$$6x + 9 = 5x + 5$$

$$x + 9 = 5$$

$$x = -4$$

Donc :

$$\boxed{x = -4}$$

5. L'élève a tort, car les deux programmes donnent le même résultat seulement pour :

$$x = -4$$

De plus, pour  $x = 2$  :

$$25 \neq 19$$

Donc :

$\boxed{\text{l'élève a tort}}$

6. Étape 1 :

$$\boxed{x + 5}$$

7. Étape 2, en écriture Scratch :

$$\boxed{x * (x + 5)}$$

8. Résultat final, en écriture Scratch :

$$\boxed{x * (x + 5) + 5}$$

Fin du corrigé