



## Corrigé – Ensembles de nombres, intervalles et valeur absolue

### I. Ensembles de nombres

#### Exercice 1 – Appartenance à un ensemble

$$-7 \in \mathbb{Z} \quad ; \quad 4,25 \in \mathbb{D} \quad ; \quad \frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{49} = 7 \in \mathbb{N} \quad ; \quad -\frac{15}{4} = -3,75 \in \mathbb{D} \quad ; \quad \sqrt{5} \in \mathbb{R}$$

Comme  $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$ , le plus petit ensemble proposé contenant  $\sqrt{5}$  est  $\mathbb{R}$ .

#### Exercice 2 – Vrai ou faux ?

- |                                                |                                                 |
|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| a) Faux : $-4 \notin \mathbb{N}$ .             | e) Vrai : $\sqrt{16} = 4 \in \mathbb{N}$ .      |
| b) Vrai : $-4 \in \mathbb{Z}$ .                | f) Faux : $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$ .        |
| c) Vrai : $\frac{7}{2} = 3,5 \in \mathbb{D}$ . | g) Vrai : $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ .     |
| d) Faux : $\frac{2}{3} \notin \mathbb{D}$ .    | h) Faux : $\mathbb{R} \not\subset \mathbb{Q}$ . |

#### Exercice 3 – Classer et comparer

On a

$$A = -6, \quad B = \frac{5}{4} = 1,25, \quad C = \sqrt{81} = 9, \quad D = -2,7, \quad E = \sqrt{7}, \quad F = \frac{12}{3} = 4.$$

- 1) Les nombres appartenant à  $\mathbb{N}$  sont :

$$C = 9 \quad \text{et} \quad F = 4.$$

- 2) Le nombre appartenant à  $\mathbb{Z}$  mais pas à  $\mathbb{N}$  est :

$$A = -6.$$

- 3) Les nombres appartenant à  $\mathbb{D}$  mais pas à  $\mathbb{Z}$  sont :

$$B = 1,25 \quad \text{et} \quad D = -2,7.$$

4) Le nombre appartenant à  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  est :

$$E = \sqrt{7}.$$

5)

$$\boxed{\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}}$$

## II. Intervalles

### Exercice 4 – Inégalités et intervalles

#### 1. Sous forme d'intervalle

a)  $[-3; 5[$

c)  $] -\infty; -4]$

b)  $]2; +\infty[$

d)  $]1; 7]$

#### 2. Sous forme d'inégalité

a)  $-5 \leq x < 3$

c)  $x \leq 6$

b)  $x > 2$

d)  $-4 < x \leq 1$

### Exercice 5 – Appartenance et bornes

$$4 \in [-2; 4] \quad 4 \notin [-2; 4[ \quad -3 \notin [-3; 5] \quad 0 \notin ]-\infty; 0[$$

$$-2 \in [-2; 3[ \quad 7 \in ]5; +\infty[ \quad 1 \notin ]1; 6] \quad -5 \in ]-\infty; -5]$$

Pour  $] -3; 7]$  :

$$-3 \notin ] -3; 7] \quad \text{et} \quad 7 \in ] -3; 7].$$

### Exercice 6 – Représenter et lire

1)

$$A = [-4; 2[ \quad \text{et} \quad B = ]1; +\infty[.$$

Pour  $A$ ,  $-4$  est inclus et  $2$  est exclu. Pour  $B$ ,  $1$  est exclu et la demi-droite est dirigée vers  $+\infty$ .

2)

$$-2 < x \leq 5 \iff \boxed{x \in ] -2; 5] }.$$

3)

$$x \geq 3 \iff \boxed{x \in [3; +\infty[ }.$$

### Exercice 7 – Une situation concrète

1)

$$\boxed{t \in [1, 40; 1, 95[}$$

2) Oui, car

$$1, 40 \in [1, 40; 1, 95[.$$

3) Non, car

$$1, 95 \notin [1, 40; 1, 95[.$$

4)

$$\boxed{1, 50 \leq t \leq 1, 80 }.$$

### III. Intersection et réunion d'intervalles

#### Exercice 8 – Intersection ou réunion ?

a)

$$[-3; 5] \cap [1; 8] = [1; 5].$$

b)

$$]-5; 2] \cup [-1; 6[ = ]-5; 6[.$$

c)

$$[0; 4] \cap [5; 9] = \emptyset.$$

d)

$$]-\infty; 3] \cup [1; +\infty[ = \mathbb{R}.$$

e)

$$]-4; 1[ \cap [1; 7] = \emptyset.$$

f) Les deux intervalles sont disjoints :

$$[-6; -2] \cup ]3; 7].$$

#### Exercice 9 – Traduire « et » et « ou »

On a

$$A = [-5; 4] \quad \text{et} \quad B = ]1; 7[.$$

1) Les réels appartenant à  $A$  et à  $B$  sont ceux de  $]1; 4]$ .

2)

$$A \cap B = ]1; 4].$$

3) Les réels appartenant à  $A$  ou à  $B$  sont ceux de  $[-5; 7[$ .

4)

$$A \cup B = [-5; 7[.$$

#### Exercice 10 – Combiner plusieurs intervalles

$$A = ]-4; 5], \quad B = [-1; 8[, \quad C = ]3; 10].$$

a)

$$A \cap B = [-1; 5].$$

b)

$$A \cap C = ]3; 5].$$

c)

$$A \cap B \cap C = ]3; 5].$$

d) Comme

$$A \cap B = [-1; 5],$$

alors

$$(A \cap B) \cup C = [-1; 5] \cup ]3; 10] = [-1; 10].$$

## IV. Valeur absolue et distance

### Exercice 11 – Calculer des valeurs absolues

$$|-7| = \boxed{7}$$

$$|4 - 9| = |-5| = \boxed{5}$$

$$|-3 + 8| = |5| = \boxed{5}$$

$$|-5| - |2| = 5 - 2 = \boxed{3}$$

$$|2 - 7| + |-3| = 5 + 3 = \boxed{8}$$

### Exercice 12 – Distances sur la droite réelle

a)

$$|-3 - 5| = |-8| = \boxed{8}.$$

b)

$$|4 - (-2)| = |6| = \boxed{6}.$$

c) La distance entre  $x$  et 3 est

$$\boxed{|x - 3|}.$$

d) La distance entre  $x$  et  $-5$  est

$$\boxed{|x - (-5)| = |x + 5|}.$$

e)

$$\boxed{|x - 2| = 7}.$$

### Exercice 13 – Du langage courant à la valeur absolue

a)

$$\boxed{|x - 4| \leq 3}.$$

b)

$$\boxed{|x + 2| < 5}.$$

c)

$$\boxed{|x - 6| > 2}.$$

d)

$$\boxed{|x - 1| = 4}.$$

## V. Valeur absolue, intervalles et inégalités

### Exercice 14 – Valeur absolue et intervalle

a)

$$|x - 3| \leq 4 \iff -4 \leq x - 3 \leq 4 \iff -1 \leq x \leq 7.$$

Donc

$$S = [-1; 7].$$

Centre : 3 ; rayon : 4.

b)

$$|x + 2| < 5 \iff -5 < x + 2 < 5 \iff -7 < x < 3.$$

Donc

$$S = ] - 7; 3[.$$

Centre : -2 ; rayon : 5.

c)

$$|x - 1| \leq 2 \iff -1 \leq x \leq 3.$$

Donc

$$S = [-1; 3].$$

d)

$$|x + 4| < 3 \iff -7 < x < -1.$$

Donc

$$S = ] - 7; -1[.$$

### Exercice 15 – S'éloigner d'un nombre

a)

$$|x - 2| > 3 \iff x < -1 \text{ ou } x > 5.$$

$$S = ] - \infty; -1[ \cup ] 5; +\infty[.$$

b)

$$|x + 1| \geq 4 \iff x \leq -5 \text{ ou } x \geq 3.$$

$$S = ] - \infty; -5] \cup [3; +\infty[.$$

c)

$$|x - 5| > 2 \iff x < 3 \text{ ou } x > 7.$$

$$S = ] - \infty; 3[ \cup ] 7; +\infty[.$$

d)

$$|x| \geq 6 \iff x \leq -6 \text{ ou } x \geq 6.$$

$$S = ] - \infty; -6] \cup [6; +\infty[.$$

## Exercice 16 – Une distance imposée

a)

$$|x - 3| = 5 \iff x = 3 - 5 \text{ ou } x = 3 + 5.$$

$$S = \{-2; 8\}.$$

b)

$$|x + 2| = 4 \iff x = -6 \text{ ou } x = 2.$$

$$S = \{-6; 2\}.$$

c)

$$|x| = 7 \iff x = -7 \text{ ou } x = 7.$$

$$S = \{-7; 7\}.$$

d)

$$|x - 6| = 2 \iff x = 4 \text{ ou } x = 8.$$

$$S = \{4; 8\}.$$

La première équation signifie que la distance entre  $x$  et 3 est égale à 5.

## Exercice 17 – De l'intervalle à la valeur absolue

a)  $[-2; 6]$  a pour centre 2 et pour rayon 4 :

$$|x - 2| \leq 4.$$

b)  $]1; 9[$  a pour centre 5 et pour rayon 4 :

$$|x - 5| < 4.$$

c)  $[-7; -1]$  a pour centre  $-4$  et pour rayon 3 :

$$|x + 4| \leq 3.$$

d)  $] - 5; 5[$  a pour centre 0 et pour rayon 5 :

$$|x| < 5.$$

e)  $[4; 10]$  a pour centre 7 et pour rayon 3 :

$$|x - 7| \leq 3.$$

f)  $] - 3; 7[$  a pour centre 2 et pour rayon 5 :

$$|x - 2| < 5.$$

## Exercice 18 – Retrouver l'intervalle

a) Pour  $[-4; 8]$  :

$$\text{centre} = \frac{-4 + 8}{2} = 2, \quad \text{rayon} = 6.$$

Donc

$$|x - 2| \leq 6.$$

b) Pour  $]2; 10[$  :

$$\text{centre} = \frac{2 + 10}{2} = 6, \quad \text{rayon} = 4.$$

Donc

$$|x - 6| < 4.$$

c) Pour  $[-9; -1]$  :

$$\text{centre} = \frac{-9 + (-1)}{2} = -5, \quad \text{rayon} = 4.$$

Donc

$$\boxed{|x + 5| \leq 4}.$$

## Exercice 19 – Problème de tolérance

1) La distance entre  $x$  et 12 est

$$\boxed{|x - 12|}.$$

2) L'écart ne doit pas dépasser 0,3 cm :

$$\boxed{|x - 12| \leq 0,3}.$$

3)

$$12 - 0,3 \leq x \leq 12 + 0,3.$$

Donc

$$\boxed{x \in [11,7; 12,3]}.$$

4)

$$|12,25 - 12| = 0,25 \leq 0,3.$$

La pièce de 12,25 cm est donc **acceptée**.

5)

$$|11,65 - 12| = 0,35 > 0,3.$$

La pièce de 11,65 cm est donc **refusée**.

## VI. Exercice bilan

### Exercice 20 – Bilan 1 – Maîtriser les différentes écritures

1)

$$\begin{aligned} -8 \in \mathbb{Z}, \quad \frac{7}{2} = 3,5 \in \mathbb{D}, \quad \frac{5}{3} \in \mathbb{Q}, \\ \sqrt{64} = 8 \in \mathbb{N}, \quad \sqrt{11} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{aligned}$$

2)

$$A = [-4; 5[ \quad \text{et} \quad B = ]1; 8].$$

Donc

$$\boxed{A \cap B = ]1; 5[}$$

et

$$\boxed{A \cup B = [-4; 8]}.$$

3)

$$x \in ]-3; 6] \iff \boxed{-3 < x \leq 6}.$$

4)

$$-5 \leq x < 2 \iff \boxed{x \in [-5; 2[}.$$

5) La distance entre  $-4$  et  $7$  vaut

$$|-4 - 7| = |-11| = \boxed{11}.$$

6)

$$\begin{aligned}|x - 2| \leq 5 &\iff -5 \leq x - 2 \leq 5 \\ &\iff -3 \leq x \leq 7.\end{aligned}$$

Ainsi

$$\boxed{S = [-3; 7]}.$$

7) L'intervalle  $] - 2; 8[$  a pour centre

$$\frac{-2 + 8}{2} = 3$$

et pour rayon

$$8 - 3 = 5.$$

Ainsi

$$\boxed{x \in ] - 2; 8[ \iff |x - 3| < 5}.$$