



Bac blanc

Première générale

Spécialité mathématiques

Corrigé détaillé

Durée : 2 heures

cestcompliquelesmaths.fr

Première partie – Automatismes – QCM

Question 1. Le quart de 8 vaut 2. Son inverse est donc $\frac{1}{2}$.

Réponse B

Question 2. Multiplier par 0,84 revient à conserver 84% du prix initial, donc à baisser de 16%.

Réponse C

Question 3. Une hausse de 20% correspond à un coefficient 1,20.
Une baisse de 20% correspond à un coefficient 0,80.

$$1,20 \times 0,80 = 0,96.$$

Le prix final représente 96% du prix initial, donc il y a une baisse de 4%.

Réponse B

Question 4.

$$5 \times 10^3 \times 4 \times 10^2 = 20 \times 10^5 = 2 \times 10^6.$$

Réponse B

Question 5.

$$(3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1.$$

Réponse B

Question 6.

$$x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7).$$

Réponse B

Question 7. Pour $x^2 - 10x + 24$, on a :

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 24 = 100 - 96 = 4.$$

Réponse A

Question 8.

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 1$$

donc :

$$f'(x) = 6x^2 - 10x.$$

Réponse A

Question 9. Si $f'(x) < 0$ sur un intervalle, alors f est décroissante sur cet intervalle.

Réponse B

Question 10. Le coefficient directeur de la droite passant par $A(-1; 4)$ et $B(3; -4)$ est :

$$\frac{-4 - 4}{3 - (-1)} = \frac{-8}{4} = -2.$$

Réponse B

Question 11.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \times 2 + (-1) \times 5 = 6 - 5 = 1.$$

Réponse A

Question 12.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,4 \times 0,75 = 0,30.$$

Réponse A

Exercice 1 – Géométrie dans un repère

On considère :

$$A(1; 1), \quad B(7; 1), \quad C(3; 5), \quad H(4; 4).$$

1. On calcule :

$$\vec{AB}(7 - 1; 1 - 1) = (6; 0).$$

Et :

$$\vec{AC}(3 - 1; 5 - 1) = (2; 4).$$

2. Le produit scalaire vaut :

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 6 \times 2 + 0 \times 4 = 12.$$

3. On calcule :

$$AB = \sqrt{6^2 + 0^2} = 6.$$

Et :

$$AC = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

4. On utilise :

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}).$$

Donc :

$$12 = 6 \times \sqrt{20} \times \cos(\widehat{BAC}).$$

Ainsi :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{12}{6\sqrt{20}}.$$

Avec l'aide au calcul :

$$\widehat{BAC} \approx 63^\circ.$$

5. La droite (BC) passe par $B(7; 1)$ et $C(3; 5)$.

Son coefficient directeur est :

$$m = \frac{5 - 1}{3 - 7} = \frac{4}{-4} = -1.$$

Une équation de (BC) est donc de la forme :

$$y = -x + b.$$

En utilisant le point $B(7; 1)$:

$$1 = -7 + b,$$

donc :

$$b = 8.$$

Ainsi :

$$(BC) : y = -x + 8.$$

Sous forme cartésienne :

$$x + y - 8 = 0.$$

6. Pour $H(4; 4)$:

$$4 + 4 - 8 = 0.$$

Donc H appartient bien à la droite (BC) .

7. Le coefficient directeur de (BC) est :

$$m_{BC} = -1.$$

Le coefficient directeur de (AH) est :

$$m_{AH} = \frac{4-1}{4-1} = \frac{3}{3} = 1.$$

On a :

$$m_{BC} \times m_{AH} = -1 \times 1 = -1.$$

Donc les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

8. Comme H appartient à (BC) et que (AH) est perpendiculaire à (BC) , le point H est le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC .

9. Le cercle \mathcal{C} a pour centre $A(1;1)$ et passe par C .

Son rayon est :

$$AC = \sqrt{20}.$$

Une équation du cercle est donc :

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 20.$$

10. Pour le point $B(7;1)$:

$$(7-1)^2 + (1-1)^2 = 6^2 + 0^2 = 36.$$

Or :

$$36 \neq 20.$$

Donc B n'appartient pas au cercle \mathcal{C} .

11. On peut prendre BC comme base et AH comme hauteur.

On calcule :

$$BC = \sqrt{(3-7)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{(-4)^2 + 4^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}.$$

On calcule :

$$AH = \sqrt{(4-1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}.$$

L'aire du triangle est :

$$\mathcal{A} = \frac{BC \times AH}{2}.$$

Donc :

$$\mathcal{A} = \frac{4\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2}.$$
$$\mathcal{A} = \frac{12 \times 2}{2} = 12.$$

L'aire du triangle ABC est donc égale à 12 unités d'aire.

12. La longueur AH représente la hauteur du triangle ABC issue du point A , relative au côté $[BC]$.

Exercice 2 – Fonction polynôme et lecture graphique

On considère :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2.$$

Partie A : lecture graphique

1. Le point A a pour abscisse 0 et pour ordonnée 2.

Donc :

$$f(0) = 2.$$

2. La tangente au point A semble passer par les points $(0; 2)$ et $(1; 11)$.

Son coefficient directeur est :

$$\frac{11 - 2}{1 - 0} = 9.$$

3. Le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0 est $f'(0)$.

Donc :

$$f'(0) = 9.$$

4. L'équation de la tangente en 0 est :

$$y = f'(0)(x - 0) + f(0).$$

Donc :

$$y = 9x + 2.$$

5. Résoudre graphiquement $f(x) = 2$ revient à chercher les abscisses des points de la courbe d'ordonnée 2.

On lit :

$$x = 0$$

et :

$$x = 3.$$

Donc les solutions graphiques sont :

$$0 \text{ et } 3.$$

Partie B : étude algébrique

6. On dérive :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2.$$

Donc :

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9.$$

7. On factorise :

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9.$$

$$f'(x) = 3(x^2 - 4x + 3).$$

Or :

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3).$$

Donc :

$$f'(x) = 3(x - 1)(x - 3).$$

8. On étudie le signe de :

$$f'(x) = 3(x-1)(x-3).$$

Comme $3 > 0$, le signe dépend de $(x-1)(x-3)$.

x	-1	1	3	5
$x-1$	-	0	+	+
$x-3$	-	-	0	+
$f'(x)$	+	+	0	+

Ainsi :

$$f'(x) > 0 \text{ sur } [-1; 1[,$$

$$f'(x) < 0 \text{ sur }]1; 3],$$

$$f'(x) > 0 \text{ sur }]3; 5].$$

9. On en déduit que f est :

— croissante sur $[-1; 1]$;

— décroissante sur $[1; 3]$;

— croissante sur $[3; 5]$.

Calculons les valeurs utiles :

$$f(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 9(-1) + 2 = -1 - 6 - 9 + 2 = -14.$$

$$f(1) = 1 - 6 + 9 + 2 = 6.$$

$$f(3) = 27 - 54 + 27 + 2 = 2.$$

$$f(5) = 125 - 150 + 45 + 2 = 22.$$

Le tableau de variations est :

x	-1	1	3	5
$f'(x)$	+	0	-	0
+				
$f(x)$	-14	↗ 6	↘ 2	↗ 22

10. On a :

$$f(1) = 1^3 - 6 \times 1^2 + 9 \times 1 + 2.$$

Donc :

$$f(1) = 1 - 6 + 9 + 2 = 6.$$

Et :

$$f(3) = 3^3 - 6 \times 3^2 + 9 \times 3 + 2.$$

Donc :

$$f(3) = 27 - 54 + 27 + 2 = 2.$$

11. On calcule :

$$f(x) - 2 = x^3 - 6x^2 + 9x + 2 - 2.$$

Donc :

$$f(x) - 2 = x^3 - 6x^2 + 9x.$$

On factorise par x :

$$f(x) - 2 = x(x^2 - 6x + 9).$$

Or :

$$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2.$$

Donc :

$$f(x) - 2 = x(x - 3)^2.$$

12. Résoudre $f(x) = 2$ revient à résoudre :

$$f(x) - 2 = 0.$$

Donc :

$$x(x - 3)^2 = 0.$$

Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul :

$$x = 0$$

ou :

$$(x - 3)^2 = 0.$$

Donc :

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 3.$$

Les solutions exactes sont :

$$0 \quad \text{et} \quad 3.$$

13. Les solutions exactes sont les mêmes que celles obtenues graphiquement dans la partie A :

$$x = 0 \quad \text{et} \quad x = 3.$$

Le graphique donnait donc une lecture correcte des solutions de l'équation $f(x) = 2$.