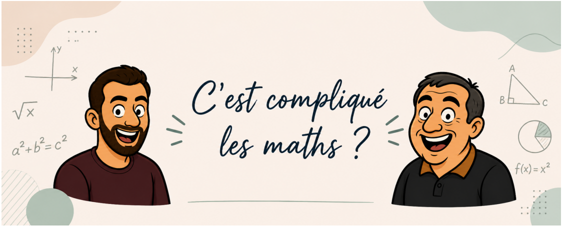

Corrigé – Réciproque du théorème de Pythagore

Partie A – Vérifier si un triangle est rectangle

Exercice 1

1. La plus grande longueur est $BC = 15$ cm.

2. $[BC]$ est le plus grand côté.

$$BC^2 = 15^2 = 225$$

$$AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$$

On a donc :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle ABC est rectangle en A.

3. Le triangle ABC est rectangle en A.

Exercice 2

$[DE]$ est le plus grand côté.

$$DE^2 = 10^2 = 100$$

$$DF^2 + EF^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$$

On a donc :

$$DE^2 \neq DF^2 + EF^2$$

L'égalité de Pythagore n'est donc pas vérifiée donc le triangle DEF n'est pas rectangle.

Exercice 3

1. $[GH]$ est le plus grand côté.

$$GH^2 = 13^2 = 169$$

$$GI^2 + HI^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

On a donc :

$$GH^2 = GI^2 + HI^2$$

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle GHI est rectangle en I.

2. Son hypoténuse est $[GH]$.

3. Le triangle GHI est rectangle en I, donc ses côtés perpendiculaires sont GI et HI.

$$\mathcal{A}_{GHI} = \frac{GI \times HI}{2}$$

$$\mathcal{A}_{GHI} = \frac{5 \times 12}{2}$$

$$\mathcal{A}_{GHI} = \frac{60}{2}$$

$$\mathcal{A}_{GHI} = 30$$

L'aire du triangle GHI est donc de 30 cm^2.

Exercice 4

$[LM]$ est le plus grand côté.

$$LM^2 = 25^2 = 625$$

$$KL^2 + KM^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$$

On a donc :

$$LM^2 = KL^2 + KM^2$$

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle KLM est rectangle en K.

L'angle droit est donc l'angle $\widehat{LKM}$.

Exercice 5

$[ST]$ est le plus grand côté.

$$ST^2 = 14^2 = 196$$

$$RS^2 + RT^2 = 8^2 + 11^2 = 64 + 121 = 185$$

On a donc :

$$ST^2 \neq RS^2 + RT^2$$

L'égalité de Pythagore n'est donc pas vérifiée donc le triangle RST n'est pas rectangle.

Partie B – Situations concrètes

Exercice 6

1. $[BC]$ est le plus grand côté.

$$BC^2 = 2,5^2 = 6,25$$

$$AB^2 + AC^2 = 1,5^2 + 2^2 = 2,25 + 4 = 6,25$$

On a donc :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle ABC est rectangle en A.

2. Le triangle ABC est rectangle en A. Donc les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.

Comme (AB) représente le mur et (AC) représente le sol, le mur est bien perpendiculaire au sol.

Exercice 7

1. $[BC]$ est le plus grand côté.

$$BC^2 = 52^2 = 2704$$

$$AB^2 + AC^2 = 30^2 + 40^2 = 900 + 1600 = 2500$$

On a donc :

$$BC^2 \neq AB^2 + AC^2$$

L'égalité de Pythagore n'est donc pas vérifiée donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

2. Le triangle ABC n'est pas rectangle. Donc les droites (AB) et (AC) ne sont pas perpendiculaires.

Comme (AB) représente le mur et (AC) représente l'étagère, l'étagère n'est pas perpendiculaire au mur.

Exercice 8

1. Dans le triangle ABC, $[BC]$ est le plus grand côté.

$$BC^2 = 30^2 = 900$$

$$AB^2 + AC^2 = 18^2 + 24^2 = 324 + 576 = 900$$

On a donc :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle ABC est rectangle en A.

2. Dans le triangle ACD, $[AD]$ est le plus grand côté.

$$AD^2 = 26^2 = 676$$

$$AC^2 + CD^2 = 24^2 + 10^2 = 576 + 100 = 676$$

On a donc :

$$AD^2 = AC^2 + CD^2$$

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle ACD est rectangle en C.

3. Le triangle ABC est rectangle en A.

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2}$$

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{18 \times 24}{2}$$

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{432}{2}$$

$$\mathcal{A}_{ABC} = 216$$

L'aire du triangle ABC est donc de 216 m^2.

4. Le triangle ACD est rectangle en C.

$$\mathcal{A}_{ACD} = \frac{AC \times CD}{2}$$

$$\mathcal{A}_{ACD} = \frac{24 \times 10}{2}$$

$$\mathcal{A}_{ACD} = \frac{240}{2}$$

$$\mathcal{A}_{ACD} = 120$$

L'aire du triangle ACD est donc de 120 m^2.

5. Le terrain $ABCD$ est formé des triangles ABC et ACD.

$$\mathcal{A}_{ABCD} = \mathcal{A}_{ABC} + \mathcal{A}_{ACD}$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = 216 + 120$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = 336$$

L'aire du terrain $ABCD$ est donc de 336 m^2.

Exercice 9

1. Dans le triangle EFG, $[FG]$ est le plus grand côté.

$$FG^2 = 20^2 = 400$$

$$EF^2 + EG^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$$

On a donc :

$$FG^2 = EF^2 + EG^2$$

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle EFG est rectangle en E.

2. Dans le triangle EGH, $[GH]$ est le plus grand côté.

$$GH^2 = 18^2 = 324$$

$$EG^2 + EH^2 = 16^2 + 13^2 = 256 + 169 = 425$$

On a donc :

$$GH^2 \neq EG^2 + EH^2$$

L'égalité de Pythagore n'est donc pas vérifiée donc le triangle EGH n'est pas rectangle.

3. Le triangle EFG est rectangle en E.

$$\mathcal{A}_{EFG} = \frac{EF \times EG}{2}$$

$$\mathcal{A}_{EFG} = \frac{12 \times 16}{2}$$

$$\mathcal{A}_{EFG} = \frac{192}{2}$$

$$\mathcal{A}_{EFG} = 96$$

L'aire du triangle EFG est donc de 96 m^2.