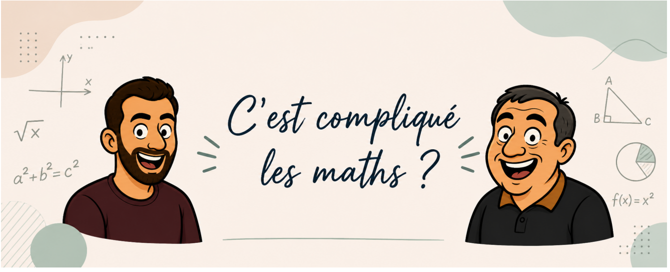


Chapitre : Réciproque du théorème de Thalès

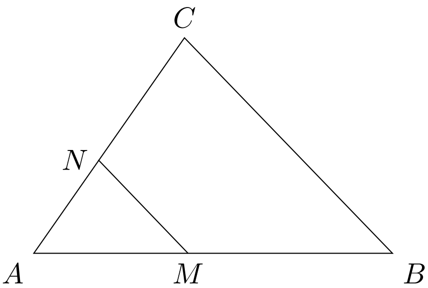
Utiliser la réciproque du théorème de Thalès

Théorème

Si ABC et AMN sont deux triangles tels que :

- M est un point de la demi-droite $[AB)$;
- N est un point de la demi-droite $[AC)$;
- $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$;

alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



Méthode

Pour savoir si deux droites sont parallèles avec la réciproque du théorème de Thalès :

- on vérifie que les points sont bien alignés ;
- on calcule les deux rapports ;
- on compare les deux rapports.

Deux cas sont possibles :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

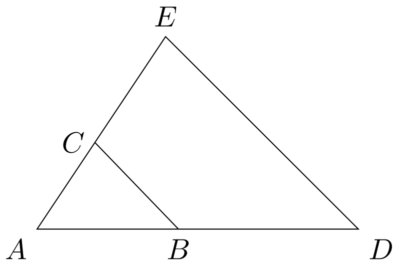
Dans ce cas, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

$$\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$$

Dans ce cas, les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

Exemple

Dans la figure ci-dessous, ABC et ADE sont deux triangles tels que B appartient à la demi-droite $[AD)$ et C appartient à la demi-droite $[AE)$.
On veut savoir si les droites (BC) et (DE) sont parallèles.



Cas 1
On donne :

$$AB = 5{,}4 \text{ cm}, \quad AD = 7{,}2 \text{ cm}, \quad AC = 6{,}6 \text{ cm}, \quad AE = 8{,}8 \text{ cm}$$

On compare les rapports :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{7{,}2}{5{,}4} \qquad \text{et} \qquad \frac{AE}{AC} = \frac{8{,}8}{6{,}6}$$

On calcule les produits en croix :

$$5{,}4 \times 8{,}8 = 47{,}52 \qquad \text{et} \qquad 7{,}2 \times 6{,}6 = 47{,}52$$

Donc :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

L'égalité de Thalès est vérifiée, donc les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Cas 2
On donne :

$$AB = 2{,}4 \text{ cm}, \quad AD = 4{,}8 \text{ cm}, \quad AC = 1{,}8 \text{ cm}, \quad AE = 3{,}8 \text{ cm}$$

On compare les rapports :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{4{,}8}{2{,}4} \qquad \text{et} \qquad \frac{AE}{AC} = \frac{3{,}8}{1{,}8}$$

On calcule les produits en croix :

$$2{,}4 \times 3{,}8 = 9{,}12 \qquad \text{et} \qquad 4{,}8 \times 1{,}8 = 8{,}64$$

Donc :

$$\frac{AD}{AB} \neq \frac{AE}{AC}$$

L'égalité de Thalès n'est pas vérifiée, donc les droites (BC) et (DE) ne sont pas parallèles.

Propriété

Dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.

Remarque

Cette propriété est un cas particulier de la réciproque du théorème de Thalès : c'est le cas où les rapports sont égaux à $\frac{1}{2}$.