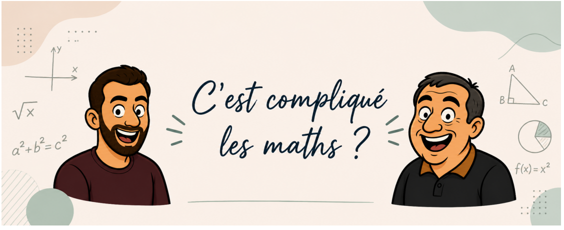

Chapitre : Statistiques

1) Calculer des effectifs et des fréquences

Définition

Dans une série de données :
- l'effectif d'une donnée est le nombre de fois où cette donnée apparaît ;
- l'effectif total est la somme de tous les effectifs.

Exemple

Voici les réponses d'un groupe d'élèves à la question : « Quelle est votre couleur préférée ? »

bleu – rouge – bleu – vert – violet – bleu – vert – rouge – vert – vert

violet – violet – rose – vert – orange – bleu – rouge – bleu – orange – vert

On peut regrouper cette série de données dans un tableau.

Couleur	bleu	rouge	vert	orange	violet	rose	Total
Effectif	5	3	6	2	3	1	20

L'effectif de la donnée « vert » est 6.
L'effectif total est 20.

Définition

Dans une série de données, la fréquence d'une donnée est le quotient de son effectif par l'effectif total.

$$\text{Fréquence d'une donnée} = \frac{\text{effectif de la donnée}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

On reprend la situation de l'exemple précédent.

Couleur	bleu	rouge	vert	orange	violet	rose	Total
Effectif	5	3	6	2	3	1	20
Fréquence	0,25	0,15	0,30	0,10	0,15	0,05	1

Par exemple, la fréquence de la donnée « orange » est :

$$\frac{2}{20} = 0{,}1$$

Propriété

Dans une série de données :
- les fréquences sont comprises entre 0 et 1 ;
- les fréquences sont proportionnelles aux effectifs ;
- la somme de toutes les fréquences est égale à 1.

2) Calculer une moyenne

Définition

La moyenne d'une série de données numériques est égale au quotient de la somme de ces données par l'effectif total.

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des données}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

On considère la série de notes suivante :

$$8 \quad ; \quad 12 \quad ; \quad 15 \quad ; \quad 10 \quad ; \quad 15$$

La somme des données est :

$$8 + 12 + 15 + 10 + 15 = 60$$

L'effectif total est 5.
Donc la moyenne est :

$$\frac{60}{5} = 12$$

La moyenne de cette série est donc 12.

Définition

La moyenne pondérée d'une série de données numériques est égale à la somme des produits de chaque donnée par son effectif, divisée par l'effectif total.

$$\text{Moyenne pondérée} = \frac{\text{somme des produits des données par leurs effectifs}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

Voici les notes obtenues par une classe à un devoir.

Note	8	10	12	15
Effectif	3	5	4	2

L'effectif total est :

$$3 + 5 + 4 + 2 = 14$$

On calcule la moyenne pondérée :

$$\frac{8 \times 3 + 10 \times 5 + 12 \times 4 + 15 \times 2}{14}$$

$$= \frac{24 + 50 + 48 + 30}{14}$$

$$= \frac{152}{14} \approx 10{,}9$$

La moyenne de la classe est donc environ 10,9.

Exemple

Un sondage a été réalisé auprès de 10 000 collégiens pour connaître le nombre d'enfants présents dans leur foyer.

Nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6
Nombre de familles	4525	3551	1364	413	102	45

Pour calculer la moyenne du nombre d'enfants par famille, on effectue les produits du nombre d'enfants par le nombre de familles, on les additionne, puis on divise le résultat par le nombre total de familles.

$$\frac{1\times 4525+2\times 3551+3\times 1364+4\times 413+5\times 102+6\times 45}{10000}$$

$$=\frac{18151}{10000}=1{,}8151$$

Le nombre moyen d'enfants par famille est d'environ 1,8.

Remarque

La moyenne d'une série de données n'est pas nécessairement égale à l'une des valeurs.

Propriété

La moyenne d'une série de données est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur de la série.

Exemple

On considère la série suivante :

$$4 \quad ; \quad 7 \quad ; \quad 8 \quad ; \quad 11 \quad ; \quad 15$$

La plus petite valeur est 4 et la plus grande valeur est 15.
La moyenne est :

$$\frac{4+7+8+11+15}{5}=\frac{45}{5}=9$$

On vérifie bien que :

$$4\leq 9\leq 15$$

La moyenne est comprise entre la plus petite et la plus grande valeur de la série.

3) Déterminer une médiane

Définition

Dans une série ordonnée de données numériques, on appelle médiane un nombre qui partage cette série en deux séries de même effectif.

Méthode

Pour déterminer une médiane :

- on range les données de la série par ordre croissant ;
- on cherche un nombre qui partage la série en deux séries de même effectif.

Propriété

On considère une série de n données rangées dans l'ordre croissant.
Cas 1 : l'effectif total est impair
Si n est impair, alors la médiane est la donnée située au rang :

$$\frac{n+1}{2}$$

Cas 2 : l'effectif total est pair
Si n est pair, alors la médiane est comprise entre les deux données situées aux rangs :

$$\frac{n}{2} \qquad \text{et} \qquad \frac{n}{2}+1$$

En pratique, on prend souvent la moyenne de ces deux valeurs.

Exemple : effectif impair

On considère la série suivante, déjà rangée dans l'ordre croissant :

$$8 \quad ; \quad 11 \quad ; \quad 12 \quad ; \quad 13 \quad ; \quad 15 \quad ; \quad 17 \quad ; \quad 19$$

L'effectif total est $n = 7$.
Comme 7 est impair :

$$\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$$

La donnée située au rang 4 est 13.
La médiane de cette série est donc 13.

Exemple : effectif pair

On considère la série suivante, déjà rangée dans l'ordre croissant :

$$2 \quad ; \quad 7 \quad ; \quad 10 \quad ; \quad 11 \quad ; \quad 14 \quad ; \quad 19$$

L'effectif total est $n = 6$.
Comme 6 est pair, la médiane est comprise entre les deux données situées aux rangs :

$$\frac{n}{2} = 3 \qquad \text{et} \qquad \frac{n}{2}+1 = 4$$

Les données situées aux rangs 3 et 4 sont 10 et 11.
En pratique, on prend la moyenne de ces deux valeurs :

$$\frac{10+11}{2} = 10{,}5$$

La médiane de cette série est donc 10,5.

Exemple : médiane avec un tableau d'effectifs

Dans un collège, on demande à des élèves combien de livres ils ont lus pendant les vacances.
Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Livres lus	0	1	2	3	4
Effectif	3	5	7	4	1

L'effectif total est :

$$3 + 5 + 7 + 4 + 1 = 20$$

Comme 20 est pair, la médiane est comprise entre les deux données situées aux rangs :

$$\frac{20}{2} = 10 \qquad \text{et} \qquad \frac{20}{2} + 1 = 11$$

On repère les rangs à l'aide des effectifs cumulés.

Livres lus	0	1	2	3	4
Effectif	3	5	7	4	1
Effectif cumulé	3	8	15	19	20

Les données de rang 10 et de rang 11 valent toutes les deux 2.
Donc :

$$\text{Médiane} = 2$$

Cela signifie qu'au moins la moitié des élèves a lu 2 livres ou moins, et qu'au moins la moitié des élèves a lu 2 livres ou plus.