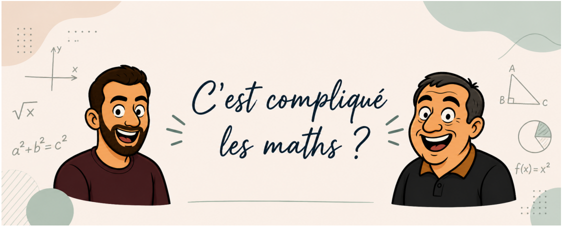

Brevet blanc

Mathématiques

Série générale

Correction détaillée

cestcompliquelesmaths.fr

Partie 1 – Automatismes

Question 1. Un angle plat mesure :

$$180^\circ.$$

Question 2. La moyenne est :

$$\frac{9+12+13+14}{4} = \frac{48}{4} = 12.$$

Réponse B

Question 3. On calcule :

$$30\% \text{ de } 600 = \frac{30}{100} \times 600 = 180.$$

Il y a donc 180 élèves demi-pensionnaires.

Question 4. À 8h, la température est de 12°C.
À 16h, la température est de 25°C.
L'augmentation est donc :

$$25 - 12 = 13.$$

La température a augmenté de 13°C.

Question 5. À 80 km/h, on parcourt 80 km en 1 heure.
Pour parcourir 40 km, soit la moitié, il faut :

$$30 \text{ minutes}.$$

Réponse B

Question 6. L'aire du rectangle est :

$$9 \times 4 = 36.$$

L'aire est donc 36 cm^2.

Question 7. On résout :

$$5x - 7 = 18.$$

$$5x = 18 + 7.$$

$$5x = 25.$$

$$x = 5.$$

Réponse C

Question 8. Dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°.
Donc :

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ.$$

$$\widehat{ACB} = 70^\circ.$$

Question 9. On choisit 5.
On multiplie par 4 :

$$5 \times 4 = 20.$$

On ajoute 6 :

$$20 + 6 = 26.$$

On divise par 2 :

$$\frac{26}{2} = 13.$$

Le résultat obtenu est donc 13.

Question 10. On a :

$$f(x) = 3x - 2.$$

$$f(0) = 3 \times 0 - 2 = -2.$$

$$f(2) = 3 \times 2 - 2 = 6 - 2 = 4.$$

$$f(5) = 3 \times 5 - 2 = 15 - 2 = 13.$$

Le tableau complété est :

x	0	2	5
$f(x)$	-2	4	13

Partie 2 – Raisonnement et résolution de problèmes

Exercice 1 – Géométrie

1. **Justifier que les droites (EF) et (MH) sont parallèles.**
   On sait que les droites (EF) et (CH) sont perpendiculaires.
   On sait aussi que les droites (MH) et (CH) sont perpendiculaires.
   Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
   Donc :
   $$(EF)//(MH).$$
2. **Le dispositif est considéré comme valable si l'angle $\widehat{ECF}$ est supérieur à $30°$. Déterminer si le dispositif est valable.**
   Le triangle CEF est rectangle en F.
   Par rapport à l'angle $\widehat{ECF}$:
   - le côté opposé est EF ;
   - le côté adjacent est CF.

   On utilise donc la tangente :
   $$\tan(\widehat{ECF}) = \frac{EF}{CF}.$$
   Ainsi :
   $$\tan(\widehat{ECF}) = \frac{1{,}8}{2{,}4} = 0{,}75.$$
   Donc :
   $$\widehat{ECF} \approx 36{,}9°.$$
   Or :
   $$36{,}9° > 30°.$$
   Le dispositif est donc valable.
3. **Calculer la longueur CE.**
   Le triangle CEF est rectangle en F.
   D'après le théorème de Pythagore :
   $$CE^2 = CF^2 + EF^2.$$
   On remplace par les valeurs connues :
   $$CE^2 = 2{,}4^2 + 1{,}8^2.$$
   $$CE^2 = 5{,}76 + 3{,}24 = 9.$$
   Donc :
   $$CE = \sqrt{9} = 3.$$
   La longueur CE est donc :
   $$\boxed{CE = 3 \text{ m}}.$$
4. **Calculer la hauteur MH du cylindre.**
   On commence par calculer la longueur CH.
   Les points C, F et H sont alignés, donc :
   $$CH = CF + FH.$$
   $$CH = 2{,}4 + 4{,}8 = 7{,}2 \text{ m}.$$

Les points C, E et M sont alignés.
Les points C, F et H sont alignés.
De plus :

$$(EF)//(MH).$$

On peut donc appliquer le théorème de Thalès dans les triangles CEF et CMH.
On a :

$$\frac{CF}{CH} = \frac{EF}{MH}.$$

On remplace par les valeurs connues :

$$\frac{2{,}4}{7{,}2} = \frac{1{,}8}{MH}.$$

Or :

$$\frac{2{,}4}{7{,}2} = \frac{1}{3}.$$

Donc :

$$\frac{1}{3} = \frac{1{,}8}{MH}.$$

Ainsi :

$$MH = 1{,}8 \times 3 = 5{,}4.$$

La hauteur du cylindre est donc :

$$\boxed{MH = 5{,}4 \text{ m}}.$$

5. **Calculer le volume de ce cylindre.**
On assimile le solide à un cylindre de diamètre HP et de hauteur MH.
On connaît :

$$HP = 1{,}2 \text{ m}.$$

Le rayon du cylindre est donc :

$$r = \frac{HP}{2} = \frac{1{,}2}{2} = 0{,}6 \text{ m}.$$

La hauteur du cylindre est :

$$h = MH = 5{,}4 \text{ m}.$$

La formule du volume d'un cylindre est :

$$V = \pi \times r^2 \times h.$$

Donc :

$$V = \pi \times 0{,}6^2 \times 5{,}4.$$

$$V = \pi \times 0{,}36 \times 5{,}4.$$

$$V = 1{,}944\pi.$$

La valeur exacte du volume est donc :

$$\boxed{V = 1{,}944\pi \text{ m}^3}.$$

Une valeur approchée est :

$$V \approx 6{,}1 \text{ m}^3.$$

Donc :

$$\boxed{V \approx 6{,}1 \text{ m}^3}.$$

Exercice 2 – Probabilités

Une urne contient 30 jetons numérotés de 1 à 30.

1. L'événement A est : « obtenir un multiple de 5 ».
   Les multiples de 5 entre 1 et 30 sont :
   $$5,\ 10,\ 15,\ 20,\ 25,\ 30.$$
   Il y a donc 6 issues favorables sur 30 issues possibles.
   Donc :
   $$P(A) = \frac{6}{30}.$$
   On simplifie :
   $$P(A) = \frac{1}{5}.$$
2. L'événement B est : « obtenir un nombre premier ».
   Les nombres premiers entre 1 et 30 sont :
   $$2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ 29.$$
   Il y a donc 10 issues favorables sur 30 issues possibles.
   Donc :
   $$P(B) = \frac{10}{30}.$$
   On simplifie :
   $$P(B) = \frac{1}{3}.$$
3. Deux événements sont incompatibles s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.
   L'événement A contient le nombre 5.
   L'événement B contient aussi le nombre 5, car 5 est un nombre premier.
   Donc les événements A et B peuvent se réaliser en même temps.
   Ils ne sont donc pas incompatibles.

Exercice 3 – Fonction affine et graphique

On considère :

$$f(x) = 1,8x + 4.$$

1. Pour une course de 10 km :

$$f(10) = 1,8 \times 10 + 4.$$

$$f(10) = 18 + 4 = 22.$$

Le prix d'une course de 10 km est donc 22 euros.

2. Dans le contexte de l'exercice, $f(x)$ représente le prix, en euros, d'une course de taxi de x kilomètres.
3. On complète le tableau :

$$f(0) = 1,8 \times 0 + 4 = 4.$$

$$f(5) = 1,8 \times 5 + 4 = 9 + 4 = 13.$$

$$f(10) = 1,8 \times 10 + 4 = 18 + 4 = 22.$$

$$f(15) = 1,8 \times 15 + 4 = 27 + 4 = 31.$$

Donc :

x	0	5	10	15
$f(x)$	4	13	22	31

4. Pour représenter la fonction, on place par exemple les points :

$$(0;4), \quad (5;13), \quad (10;22), \quad (15;31).$$

Comme f est une fonction affine, sa représentation graphique est une droite.

5. Par lecture graphique, une course coûtant 22 euros correspond à environ :

$$10 \text{ km}.$$

6. On retrouve ce résultat par le calcul en résolvant :

$$1,8x + 4 = 22.$$

$$1,8x = 22 - 4.$$

$$1,8x = 18.$$

$$x = \frac{18}{1,8} = 10.$$

La distance parcourue est donc de 10 km.

7. Pour une course de 16 km :

$$f(16) = 1,8 \times 16 + 4.$$

$$f(16) = 28,8 + 4 = 32,8.$$

Le prix est donc de $32,80$ euros.
Comme :

$$32,80 > 30,$$

la personne ne peut pas effectuer cette course avec 30 euros.

Exercice 4 – Arithmétique

On veut répartir 84 filles et 60 garçons dans des groupes identiques.

1. On décompose 84 :
$$84 = 2 \times 42.$$
$$84 = 2 \times 2 \times 21.$$
$$84 = 2^2 \times 3 \times 7.$$
On décompose 60 :
$$60 = 2 \times 30.$$
$$60 = 2 \times 2 \times 15.$$
$$60 = 2^2 \times 3 \times 5.$$
Donc :
$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$
et :
$$60 = 2^2 \times 3 \times 5.$$
2. Pour former le plus grand nombre de groupes identiques, on cherche le plus grand diviseur commun de 84 et 60.
Les facteurs communs sont :
$$2^2 \times 3.$$
Donc :
$$PGCD(84; 60) = 4 \times 3 = 12.$$
On peut former au maximum 12 groupes.
3. Dans chaque groupe, il y aura :
$$\frac{84}{12} = 7$$
filles.
Et :
$$\frac{60}{12} = 5$$
garçons.
4. Dans chaque groupe, il y aura donc :
$$7 + 5 = 12$$
élèves au total.