



Équations du second degré

S'entraîner • Maîtriser les méthodes • Préparer le bac

1. Trinômes et paraboles

Exercice 1 – Identifier les coefficients

Pour chacun des trinômes suivants, déterminer les coefficients a , b et c .

a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$

b) $g(x) = -2x^2 + 7x - 4$

c) $h(x) = 5x^2 - 9$

d) $p(x) = -x^2 + 6x$

e) $q(x) = 4 - 3x + 2x^2$

f) $r(x) = 7x - 4x^2 + 1$

Exercice 2 – Développer avant d'identifier

Développer et réduire les expressions, puis déterminer a , b et c .

a) $f(x) = (x + 3)^2 - 5$

b) $g(x) = 2(x - 1)^2 + 4$

c) $h(x) = -3(x + 2)^2 + 7$

d) $p(x) = (2x - 1)(x + 3)$

Exercice 3 – Sens d'ouverture

Sans tracer les paraboles, indiquer si elles sont tournées vers le haut ou vers le bas.

$$f(x) = 4x^2 - 3x + 1 \quad g(x) = -2x^2 + 5$$

$$h(x) = -x^2 - 6x + 2 \quad p(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 7$$

Exercice 4 – Sommet d’une parabole

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \quad \text{puis} \quad \beta = f(\alpha).$$

En déduire les coordonnées du sommet.

- a) $f(x) = x^2 - 6x + 5$
- b) $g(x) = 2x^2 + 8x + 3$
- c) $h(x) = -x^2 + 4x + 1$
- d) $p(x) = -2x^2 - 12x - 7$

2. Forme canonique et extremum

Exercice 5 – Lire une forme canonique

Pour chaque fonction, donner α , β , les coordonnées du sommet et préciser si la fonction possède un minimum ou un maximum.

- a) $f(x) = 3(x - 2)^2 - 5$
- b) $g(x) = -2(x + 4)^2 + 7$
- c) $h(x) = 5(x - 1)^2 + 3$
- d) $p(x) = -(x + 3)^2 - 6$

Exercice 6 – Déterminer la forme canonique

Déterminer la forme canonique de chacune des fonctions suivantes.

- a) $f(x) = x^2 - 8x + 11$
- b) $g(x) = 2x^2 + 12x + 7$
- c) $h(x) = -x^2 + 6x - 4$
- d) $p(x) = -2x^2 - 8x + 1$

Exercice 7 – Vérifier une forme canonique

On considère

$$f(x) = 3x^2 - 12x + 7.$$

- 1) Développer $3(x - 2)^2 - 5$.
- 2) En déduire que

$$f(x) = 3(x - 2)^2 - 5.$$

- 3) Déterminer le minimum de f et la valeur de x pour laquelle il est atteint.

Exercice 8 – Déterminer un maximum

On considère

$$g(x) = -2x^2 + 16x - 25.$$

- 1) Déterminer la forme canonique de g .
- 2) En déduire son maximum.
- 3) Pour quelle valeur de x ce maximum est-il atteint ?

3. Discriminant et équations

Exercice 9 – Calculer un discriminant

Calculer le discriminant de chacun des trinômes suivants et indiquer, sans résoudre l'équation, le nombre de racines réelles.

a) $x^2 - 5x + 6$

b) $x^2 + 4x + 4$

c) $2x^2 + x + 3$

d) $3x^2 - 10x + 3$

e) $-x^2 + 2x + 8$

f) $4x^2 - 4x + 1$

Exercice 10 – Deux solutions réelles

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

b) $x^2 + x - 6 = 0$

c) $2x^2 - 5x + 2 = 0$

d) $3x^2 + x - 2 = 0$

Exercice 11 – Racine double

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

a) $x^2 - 6x + 9 = 0$

b) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

c) $9x^2 - 12x + 4 = 0$

d) $25x^2 + 10x + 1 = 0$

Exercice 12 – Aucune solution réelle

Montrer que chacune des équations suivantes ne possède aucune solution réelle.

a) $x^2 + 2x + 5 = 0$

b) $2x^2 - 4x + 7 = 0$

c) $3x^2 + x + 2 = 0$

Exercice 13 – Solutions exactes

Résoudre dans $\mathbb{R}$ et donner les solutions sous forme exacte.

a) $x^2 - 4x + 1 = 0$

b) $2x^2 + 3x - 1 = 0$

c) $3x^2 - 2x - 2 = 0$

d) $x^2 + 6x + 2 = 0$

Exercice 14 – Se ramener à une équation du second degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

a) $x^2 + 3x = 10$

b) $2x^2 + 7 = 9x$

c) $3x(x - 2) = x + 4$

d) $(x + 1)^2 = 3x + 7$

4. Somme et produit des racines

Exercice 15 – Une racine est connue

Sans utiliser le discriminant, déterminer la deuxième racine.

- a) $x^2 - 5x + 4 = 0$, sachant que 1 est une racine.
- b) $2x^2 - 7x + 3 = 0$, sachant que 3 est une racine.
- c) $3x^2 + x - 2 = 0$, sachant que -1 est une racine.
- d) $2x^2 + 5x - 3 = 0$, sachant que -3 est une racine.

Exercice 16 – Somme et produit

Sans résoudre les équations, donner la somme et le produit de leurs racines.

- a) $2x^2 - 9x + 4 = 0$
- b) $3x^2 + 7x - 5 = 0$
- c) $-2x^2 + 5x + 6 = 0$
- d) $5x^2 - 3x - 8 = 0$

Exercice 17 – Retrouver deux nombres

Déterminer, lorsqu'ils existent, deux nombres réels dont :

- a) la somme vaut 7 et le produit vaut 10 ;
- b) la somme vaut 10 et le produit vaut 21 ;
- c) la somme vaut 4 et le produit vaut 1 ;
- d) la somme vaut -3 et le produit vaut -4 .

5. Problèmes

Exercice 18 – Aire d'un rectangle

Un rectangle a pour longueur $x + 4$ mètres et pour largeur x mètres.

- 1) Exprimer son aire $A(x)$ en fonction de x .
- 2) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles son aire vaut 32 m^2 .
- 3) Parmi les solutions obtenues, laquelle est compatible avec la situation ?
- 4) Donner alors les dimensions du rectangle.

Exercice 19 – Trajectoire d'un objet

La hauteur, en mètres, d'un objet est modélisée par

$$h(t) = -5t^2 + 20t + 1,$$

où t désigne le temps écoulé en secondes.

- 1) La parabole représentant h est-elle tournée vers le haut ou vers le bas ?
- 2) Déterminer la forme canonique de h .
- 3) Déterminer la hauteur maximale atteinte par l'objet.
- 4) À quel instant cette hauteur est-elle atteinte ?
- 5) Résoudre l'équation $h(t) = 1$.
- 6) Interpréter les solutions obtenues.

Exercice 20 – Optimisation d'un bénéfice

Le bénéfice B , exprimé en milliers d'euros, d'une entreprise est modélisé par

$$B(x) = -2x^2 + 24x - 40,$$

où x représente le nombre de centaines d'objets produits.

- 1) Déterminer la forme canonique de B .
- 2) En déduire le bénéfice maximal.
- 3) Pour quelle production ce maximum est-il atteint ?
- 4) Résoudre l'équation $B(x) = 0$.
- 5) Interpréter les solutions obtenues dans le contexte.

Préparer le bac

Exercice 21 – Type bac

Une entreprise fabrique et vend un produit. Pour une production de x centaines d'articles, avec $x \in [0 ; 10]$, le bénéfice, exprimé en milliers d'euros, est donné par

$$B(x) = -x^2 + 8x - 7.$$

- 1) Montrer que

$$B(x) = -(x - 4)^2 + 9.$$

- 2) En déduire :

- a) le bénéfice maximal réalisé par l'entreprise ;
- b) la quantité d'articles correspondante.

- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$-x^2 + 8x - 7 = 0.$$

- 4) Interpréter les solutions obtenues dans le contexte de l'exercice.

- 5) L'entreprise souhaite réaliser un bénéfice de 8 000 euros. Montrer que cela revient à résoudre

$$x^2 - 8x + 15 = 0.$$

- 6) Résoudre cette équation.

- 7) En déduire les deux niveaux de production permettant d'obtenir un bénéfice de 8 000 euros.

Exercice 22 – Type bac

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 2x^2 - 12x + 10.$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

- 1) Identifier les coefficients a , b et c .
- 2) Calculer

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \quad \text{puis} \quad \beta = f(\alpha).$$

- 3) En déduire que

$$f(x) = 2(x - 3)^2 - 8.$$

- 4) Donner les coordonnées du sommet de $\mathcal{C}_f$.

- 5) Préciser si f possède un minimum ou un maximum. Donner sa valeur et préciser pour quelle valeur de x cet extremum est atteint.

- 6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$f(x) = 0.$$

- 7) Donner une interprétation graphique des solutions obtenues.

- 8) On note x_1 et x_2 les deux racines de f . Sans recalculer les solutions, donner

$$x_1 + x_2 \quad \text{et} \quad x_1 x_2.$$

- 9) Vérifier les résultats précédents à l'aide des solutions obtenues à la question 6.

- 10) Déterminer enfin les deux nombres réels dont la somme vaut 6 et le produit vaut 5.

Cours, exercices, automatismes et sujets de révision
cestcompliquelesmaths.fr