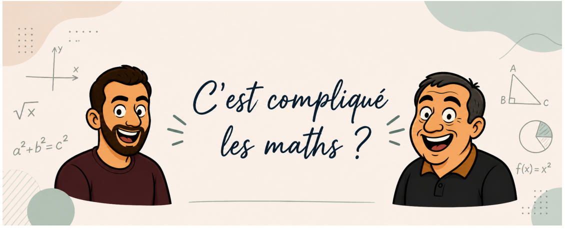

Agrandissement et réduction – Correction

Niveau 4e

Partie 1 : Longueurs et périmètres

Exercice 1

Pour passer du rectangle 1 au rectangle 2 :

$$\frac{9}{6} = 1,5 \qquad \text{et} \qquad \frac{6}{4} = 1,5$$

Les longueurs sont toutes multipliées par le même nombre.

Le rectangle 2 est donc un agrandissement du rectangle 1.

Le rapport d'agrandissement est :

$$k = 1,5$$

Périmètre du rectangle 1 :

$$2 \times (6 + 4) = 2 \times 10 = 20$$

Le périmètre du rectangle 1 est donc 20 cm.

Périmètre du rectangle 2 :

$$2 \times (9 + 6) = 2 \times 15 = 30$$

Le périmètre du rectangle 2 est donc 30 cm.

On remarque aussi que :

$$20 \times 1,5 = 30$$

Exercice 2

On donne :

$$AB = 8 \text{ cm} \qquad \text{et} \qquad A'B' = 2 \text{ cm}$$

Le rapport est :

$$k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{2}{8} = 0,25$$

Comme $0,25 < 1$, il s'agit d'une réduction.

Si $AC = 5$ cm, alors :

$$A'C' = 5 \times 0,25 = 1,25$$

Donc :

$$A'C' = 1,25 \text{ cm}$$

Si $BC = 7$ cm, alors :

$$B'C' = 7 \times 0,25 = 1,75$$

Donc :

$$B'C' = 1,75 \text{ cm}$$

Exercice 3
Le rapport est :

$$k = 0,75$$

Comme $0,75 < 1$, il s'agit bien d'une réduction.
Le périmètre est multiplié par le même rapport que les longueurs.

$$48 \times 0,75 = 36$$

Le périmètre de la figure réduite est donc 36 cm.
Une longueur de 12 cm devient :

$$12 \times 0,75 = 9$$

La longueur correspondante est donc 9 cm.
Exercice 4
On compare les longueurs correspondantes :

$$\frac{7,5}{5} = 1,5$$

$$\frac{10,5}{7} = 1,5$$

$$\frac{6}{4} = 1,5$$

$$\frac{9}{6} = 1,5$$

Toutes les longueurs ont été multipliées par $1,5$.
Il s'agit donc d'un agrandissement de rapport :

$$k = 1,5$$

Périmètre de la figure initiale :

$$5 + 7 + 4 + 6 = 22$$

Le périmètre de la figure initiale est 22 cm.

Périmètre de la figure reproduite :

$$7,5 + 10,5 + 6 + 9 = 33$$

Le périmètre de la figure reproduite est 33 cm.

On vérifie :

$$22 \times 1,5 = 33$$

Partie 2 : Aires

Exercice 5

Aire du rectangle initial :

$$5 \times 3 = 15$$

L'aire du rectangle initial est 15 cm^2.

Le rapport d'agrandissement est :

$$k = 2$$

Les dimensions du rectangle agrandi sont :

$$5 \times 2 = 10$$

$$3 \times 2 = 6$$

Le rectangle agrandi mesure donc 10 cm sur 6 cm.

Son aire est :

$$10 \times 6 = 60$$

L'aire du rectangle agrandi est 60 cm^2.

L'aire a été multipliée par :

$$2^2 = 4$$

On vérifie :

$$15 \times 4 = 60$$

Exercice 6

Le rapport de réduction est :

$$k = 0,5$$

Pour les aires, on multiplie par le carré du rapport :

$$k^2 = 0,5^2 = 0,25$$

Donc l'aire de la figure réduite est :

$$36 \times 0,25 = 9$$

L'aire de la figure réduite est donc 9 cm^2.

L'aire n'est pas divisée seulement par 2, car lorsqu'on multiplie les longueurs par $0,5$, les aires sont multipliées par :

$$0,5^2 = 0,25$$

C'est-à-dire qu'elles sont divisées par 4.

Exercice 7

Aire du triangle ABC :

$$\frac{AB \times h}{2} = \frac{8 \times 5}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

L'aire du triangle ABC est 20 cm^2.

Le rapport d'agrandissement est :

$$k = 1,5$$

Pour les aires, on multiplie par :

$$k^2 = 1,5^2 = 2,25$$

Donc l'aire du triangle agrandi est :

$$20 \times 2,25 = 45$$

L'aire du triangle agrandi est 45 cm^2.

Exercice 8

Le rapport d'agrandissement est :

$$k = 3$$

Pour les aires, on multiplie par :

$$k^2 = 3^2 = 9$$

L'aire agrandie est 144 cm^2.

Donc l'aire initiale est :

$$\frac{144}{9} = 16$$

L'aire de la figure initiale est donc 16 cm^2.

Partie 3 : Volumes

Exercice 9

Volume du cube initial :

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

Le volume du cube initial est 64 cm^3.

Le rapport d'agrandissement est :

$$k = 2$$

La nouvelle arête mesure :

$$4 \times 2 = 8$$

Le volume du cube agrandi est :

$$8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$$

Le volume du cube agrandi est 512 cm^3.

Pour les volumes, on multiplie par le cube du rapport :

$$k^3 = 2^3 = 8$$

On vérifie :

$$64 \times 8 = 512$$

Exercice 10

Volume du pavé initial :

$$12 \times 8 \times 5 = 480$$

Le volume du pavé initial est 480 cm^3.

Le rapport de réduction est :

$$k = 0,5$$

Les dimensions du pavé réduit sont :

$$12 \times 0,5 = 6$$

$$8 \times 0,5 = 4$$

$$5 \times 0,5 = 2,5$$

Le pavé réduit mesure donc 6 cm, 4 cm et $2,5$ cm.

Son volume est :

$$6 \times 4 \times 2,5 = 60$$

Le volume du pavé réduit est 60 cm^3.

On vérifie avec le cube du rapport :

$$k^3 = 0,5^3 = 0,125$$

$$480 \times 0,125 = 60$$

Exercice 11

La base de la pyramide est un carré de côté 10 cm.

Aire de la base :

$$10 \times 10 = 100$$

L'aire de la base est 100 cm^2.

Volume de la pyramide initiale :

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

$$V = \frac{100 \times 12}{3} = \frac{1200}{3} = 400$$

Le volume de la pyramide initiale est 400 cm^3.

Le rapport de réduction est :

$$k = 0,6$$

Pour les volumes, on multiplie par :

$$k^3 = 0,6^3 = 0,216$$

Donc le volume de la pyramide réduite est :

$$400 \times 0,216 = 86,4$$

Le volume de la pyramide réduite est $86,4$ cm^3.

Exercice 12

Le rapport d'agrandissement est :

$$k = 1,5$$

Pour les volumes, on multiplie par le cube du rapport :

$$k^3 = 1,5^3 = 3,375$$

Le volume a donc été multiplié par $3,375$.

Le volume après agrandissement est 405 cm^3.

Donc le volume initial est :

$$\frac{405}{3,375} = 120$$

Le volume du solide initial est donc 120 cm^3.

Partie 4 : Exercices avec contexte

Exercice 13

L'échelle est :

$$\frac{1}{50}$$

Cela signifie que les longueurs de la maquette sont 50 fois plus petites que les longueurs réelles.
Il s'agit donc d'une réduction.
La longueur réelle de la façade est :

$$18 \times 50 = 900$$

La longueur réelle est donc 900 cm, c'est-à-dire 9 m.
La hauteur réelle de la façade est :

$$12 \times 50 = 600$$

La hauteur réelle est donc 600 cm, c'est-à-dire 6 m.
Pour les aires, le rapport est multiplié au carré.
De la maquette vers la réalité, le rapport est :

$$k = 50$$

Donc :

$$k^2 = 50^2 = 2500$$

L'aire réelle correspondante est :

$$216 \times 2500 = 540000$$

L'aire réelle est donc 540 000 cm^2.
On peut aussi écrire :

$$540\,000 \text{ cm}^2 = 54 \text{ m}^2$$

Exercice 14

L'affiche initiale mesure 36 cm de haut. L'affiche agrandie doit mesurer 90 cm de haut.
Le rapport d'agrandissement est :

$$k = \frac{90}{36} = 2,5$$

La largeur de la nouvelle affiche est :

$$24 \times 2,5 = 60$$

La nouvelle affiche mesure donc 60 cm de large.

Aire de l'affiche initiale :

$$24 \times 36 = 864$$

L'aire de l'affiche initiale est 864 cm^2.

Aire de l'affiche agrandie :

$$60 \times 90 = 5400$$

L'aire de l'affiche agrandie est 5400 cm^2.

On vérifie avec le carré du rapport :

$$k^2 = 2,5^2 = 6,25$$

$$864 \times 6,25 = 5400$$

Exercice 15

La grande pyramide a une base carrée de côté 24 cm.

Aire de la base :

$$24 \times 24 = 576$$

L'aire de la base est 576 cm^2.

Volume de la grande pyramide :

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

$$V = \frac{576 \times 20}{3} = \frac{11520}{3} = 3840$$

Le volume de la grande pyramide est 3840 cm^3.

Le quadrilatère $EFGH$ est un carré.

En effet, la pyramide est régulière à base carrée et le plan de coupe est parallèle à la base. La section obtenue est donc de même nature que la base.

La petite pyramide a une hauteur de 8 cm et la grande pyramide a une hauteur de 20 cm.

Le rapport de réduction est :

$$k = \frac{8}{20} = 0,4$$

Pour les volumes, on multiplie par le cube du rapport :

$$k^3 = 0,4^3 = 0,064$$

Volume de la petite pyramide :

$$3840 \times 0,064 = 245,76$$

Le volume de la petite pyramide est $245,76$ cm^3.

Le volume du compartiment inférieur est donc :

$$3840 - 245,76 = 3594,24$$

Le volume du compartiment inférieur est $3594,24$ cm^3.
On estime que 25% du compartiment reste vide. Donc les biscuits occupent 75% du volume.

$$75\% \text{ de } 3594,24 = 0,75 \times 3594,24 = 2695,68$$

Le volume occupé par les biscuits est donc $2695,68$ cm^3.
Chaque biscuit occupe 18 cm^3.

$$\frac{2695,68}{18} = 149,76$$

On peut donc ranger environ 149 biscuits entiers dans la boîte.

Fin de la correction