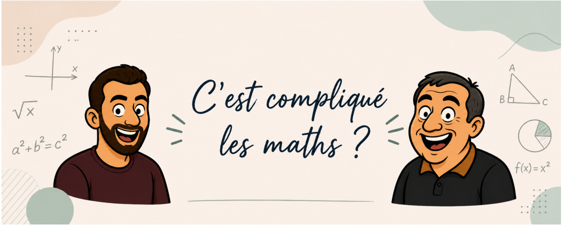


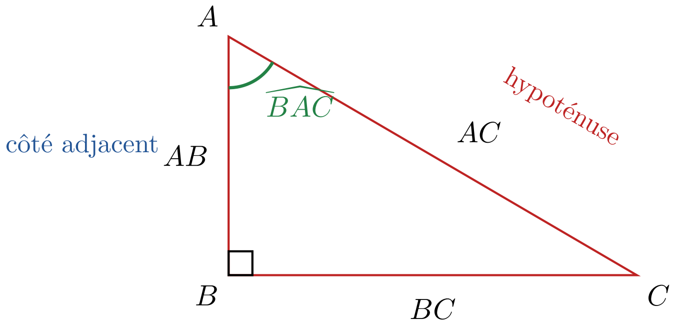
Chapitre : Le cosinus dans un triangle rectangle

1) Définir le cosinus d'un angle aigu

Définition

Soit ABC un triangle rectangle en B.
Dans un triangle rectangle, **l'hypoténuse** est toujours le côté situé en face de l'angle droit.
Ici, l'angle droit est en B, donc l'hypoténuse est le côté $[AC]$.
Par rapport à l'angle $\widehat{BAC}$, le côté adjacent est le côté qui touche cet angle, mais qui n'est pas l'hypoténuse.
Ici, les côtés qui touchent l'angle $\widehat{BAC}$ sont $[AB]$ et $[AC]$. Comme $[AC]$ est l'hypoténuse, le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$ est donc $[AB]$.
Le cosinus de l'angle $\widehat{BAC}$ est :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{BAC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{AC}.$$



Remarque

Le cosinus d'un angle est un rapport de deux longueurs. Il n'a donc pas d'unité.

Propriété

Le cosinus d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1.

$$0 < \cos(\widehat{A}) < 1.$$

Attention

Pour utiliser le cosinus, il faut être dans un triangle rectangle et bien identifier :
- l'hypoténuse, qui est toujours en face de l'angle droit ;
- le côté adjacent à l'angle étudié.

2) Calculer une longueur avec le cosinus

Méthode

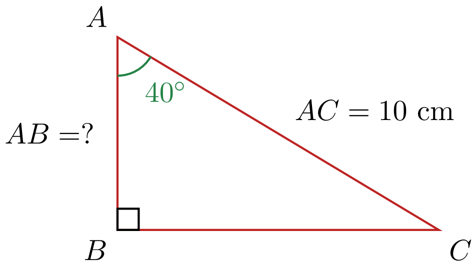
Pour calculer une longueur avec le cosinus :
1. on vérifie que le triangle est rectangle ;
2. on identifie l'hypoténuse et le côté adjacent à l'angle connu ;
3. on écrit la formule du cosinus ;
4. on remplace par les valeurs connues ;
5. on calcule la longueur cherchée.

Exemple

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que :

$$AC = 10 \text{ cm} \qquad \text{et} \qquad \widehat{BAC} = 40°.$$

On veut calculer la longueur AB.



Dans le triangle ABC rectangle en B, l'hypoténuse est $[AC]$ et, par rapport à l'angle $\widehat{BAC}$, le côté adjacent est $[AB]$.
On écrit :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC}.$$

On remplace :

$$\cos(40°) = \frac{AB}{10}.$$

Donc :

$$AB = 10 \times \cos(40°).$$

Avec la calculatrice :

$$AB \approx 10 \times 0{,}766 \approx 7{,}66.$$

La longueur AB mesure environ **7,7 cm**.

Exemple

Soit RST un triangle rectangle en S tel que :

$$RS = 6 \text{ cm} \qquad \text{et} \qquad \widehat{SRT} = 35°.$$

On veut calculer l'hypoténuse RT.
Dans le triangle RST rectangle en S, l'hypoténuse est $[RT]$ car elle est en face de l'angle droit.
Par rapport à l'angle $\widehat{SRT}$, le côté adjacent est $[RS]$.
On écrit :

$$\cos(\widehat{SRT}) = \frac{RS}{RT}.$$

On remplace :

$$\cos(35°) = \frac{6}{RT}.$$

Donc :

$$RT = \frac{6}{\cos(35°)}.$$

Avec la calculatrice :

$$RT \approx \frac{6}{0{,}819} \approx 7{,}33.$$

La longueur RT mesure environ **7,3 cm**.

3) Calculer un angle avec le cosinus

Méthode

Dans un triangle rectangle, on peut déterminer la mesure d'un angle en calculant son cosinus.
Pour calculer un angle :

1. on vérifie que le triangle est rectangle ;
2. on identifie le côté adjacent à l'angle cherché et l'hypoténuse ;
3. on écrit la formule du cosinus ;
4. on calcule le rapport ;
5. on utilise la touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice.

Remarque

La notation $\arccos(x)$ et la notation $\cos^{-1}(x)$ veulent dire la même chose ici : elles permettent de retrouver un angle dont on connaît le cosinus.
Par exemple :

$$\cos(\widehat{A}) = 0{,}6 \quad \Longrightarrow \quad \widehat{A} = \arccos(0{,}6) = \cos^{-1}(0{,}6).$$

Attention

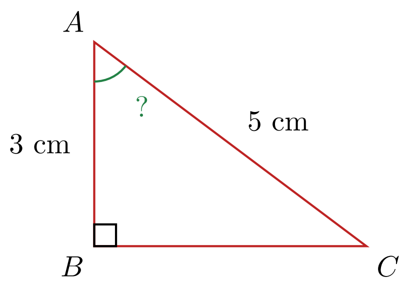
La notation $\cos^{-1}(x)$ ne signifie pas $\dfrac{1}{\cos(x)}$ dans ce contexte.
Ici, $\cos^{-1}$ désigne la fonction qui permet de retrouver l'angle.

Exemple

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que :

$$AB = 3 \text{ cm} \qquad \text{et} \qquad AC = 5 \text{ cm}.$$

On veut calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.



Dans le triangle ABC rectangle en B, l'hypoténuse est $[AC]$.
Par rapport à l'angle $\widehat{BAC}$, le côté adjacent est $[AB]$.
On écrit :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC}.$$

On remplace :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{3}{5} = 0{,}6.$$

On utilise la calculatrice :

$$\widehat{BAC} = \cos^{-1}(0{,}6).$$

Ainsi :

$$\widehat{BAC} \approx 53{,}1°.$$

La mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ est environ 53°.