



Cours : Les fonctions

1) Déterminer des images et des antécédents

Définition

Une fonction est un procédé qui, à un nombre x , fait correspondre un unique nombre appelé **image de x** .

Exemple

Le procédé qui, à tout nombre x , fait correspondre son carré est une fonction.

$$x \mapsto x^2$$

Par exemple :

$$3 \mapsto 9 \quad -5 \mapsto 25 \quad 10 \mapsto 100$$

Notation

Par une fonction f , l'image d'un nombre x est notée $f(x)$.

On lit « f de x ».

On note :

$$f : x \mapsto f(x)$$

Exemple

Pour définir la fonction f qui, à tout nombre x , fait correspondre son carré, on note :

$$f : x \mapsto x^2$$

On peut aussi définir cette fonction en écrivant :

$$f(x) = x^2$$

Cette égalité se lit :

« L'image de x par la fonction f est égale à x^2 . »

L'image de 3 par la fonction f est égale à 9 :

$$f(3) = 3^2 = 9$$

L'image de -2 par la fonction f est égale à 4 :

$$f(-2) = (-2)^2 = 4$$

Exemple

Pour définir la fonction g qui, à tout nombre x , fait correspondre le nombre $3x - 1$, on note :

$$g : x \mapsto 3x - 1$$

On peut aussi écrire :

$$g(x) = 3x - 1$$

Cette égalité se lit :

« L'image de x par la fonction g est égale à $3x - 1$. »

L'image de 0 par la fonction g est égale à -1 :

$$g(0) = 3 \times 0 - 1 = -1$$

L'image de 7 par la fonction g est égale à 20 :

$$g(7) = 3 \times 7 - 1 = 21 - 1 = 20$$

Remarque

Il ne faut pas confondre f et $f(x)$:

- f désigne une fonction ;
- $f(x)$ désigne un nombre : c'est l'image de x par la fonction f .

Définition

Soit une fonction f .

Un nombre x est un **antécédent** d'un nombre y par la fonction f lorsque l'image de x par la fonction f est égale à y .

Autrement dit :

$$f(x) = y$$

On dit alors que :

- y est l'image de x par la fonction f ;
- x est un antécédent de y par la fonction f .

Exemple

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x^2$$

Comme :

$$f(3) = 3^2 = 9$$

on peut dire que :

- 9 est l'image de 3 par la fonction f ;
- 3 est un antécédent de 9 par la fonction f .

De même :

$$f(-3) = (-3)^2 = 9$$

Ainsi, -3 est également un antécédent de 9 par la fonction f .

Remarque

- Un nombre ne peut pas avoir plusieurs images par une même fonction.
- Un nombre peut avoir plusieurs antécédents.
Par exemple, si $f(x) = x^2$, le nombre 9 possède deux antécédents : 3 et -3 .
- Un nombre peut ne posséder aucun antécédent.
Par exemple, si $f(x) = x^2$, le nombre -5 ne possède aucun antécédent, car le carré d'un nombre est toujours positif ou nul.

2) Tracer la représentation graphique d'une fonction

Définition

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées :

$$(x; f(x))$$

Cette représentation graphique est appelée la **courbe représentative** de la fonction f .

Exemple

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x^2 + 1$$

Pour tracer sa représentation graphique, on calcule les images de plusieurs nombres.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	10	5	2	1	2	5	10
Point	A	B	C	D	E	F	G

Par exemple :

$$f(-3) = (-3)^2 + 1 = 10$$

$$f(-2) = (-2)^2 + 1 = 5$$

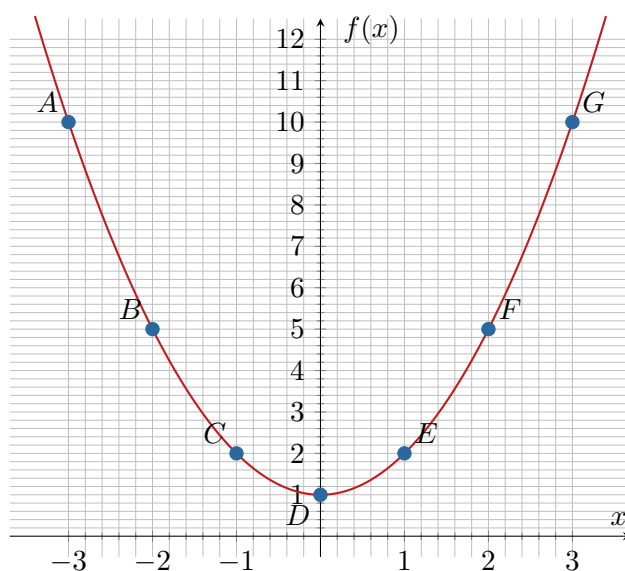
$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$$

$$f(0) = 0^2 + 1 = 1$$

Les autres images se calculent de la même manière.

Méthode

Après avoir déterminé les images de x , on place les points correspondants de coordonnées $(x ; f(x))$ dans un repère. Puis on trace la courbe.



Remarque

Quand on a un doute sur la manière de relier deux points, on peut toujours placer des points supplémentaires.

3) Exploiter la représentation graphique d'une fonction

Méthode

Pour déterminer graphiquement l'image d'un nombre x :

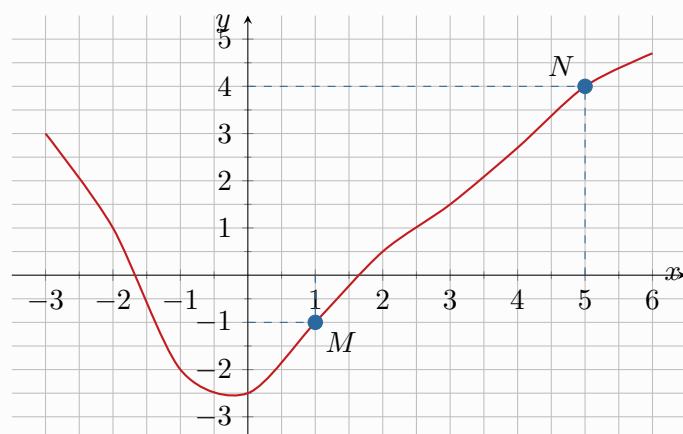
- on place x sur l'axe des abscisses ;
- on rejoint verticalement la courbe ;
- on lit l'ordonnée du point correspondant.

Pour déterminer graphiquement les antécédents d'un nombre y :

- on place y sur l'axe des ordonnées ;
- on rejoint horizontalement la courbe ;
- on lit les abscisses des points correspondants.

Exemple

On a tracé ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f .



Pour déterminer graphiquement l'image de 1 par la fonction f , on utilise le point de la courbe qui a pour abscisse 1.

Il s'agit du point M , dont l'ordonnée est égale à -1 .

Ainsi :

$$f(1) = -1$$

Pour déterminer un antécédent de 4, on utilise un point de la courbe qui a pour ordonnée 4.

Il s'agit du point N , dont l'abscisse est égale à 5.

Ainsi :

$$f(5) = 4$$

Remarque

Une image se lit sur l'axe des **ordonnées**, tandis qu'un antécédent se lit sur l'axe des **abscisses**.