



Exercices – Ensembles de nombres, intervalles et valeur absolue

I. Ensembles de nombres

Exercice 1 – Appartenance à un ensemble

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Identifier la nature d'un nombre et utiliser les ensembles de nombres.

Pour chacun des nombres suivants, indiquer le **plus petit ensemble** auquel il appartient parmi

$\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$.

-7 ; $4,25$; $\frac{2}{3}$; $\sqrt{49}$; $-\frac{15}{4}$; $\sqrt{5}$

Exercice 2 – Vrai ou faux ?

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Reconnaître l'appartenance et l'inclusion dans les ensembles de nombres.

Indiquer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse.

- | | |
|---------------------------------|------------------------------------|
| a) $-4 \in \mathbb{N}$ | e) $\sqrt{16} \in \mathbb{N}$ |
| b) $-4 \in \mathbb{Z}$ | f) $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$ |
| c) $\frac{7}{2} \in \mathbb{D}$ | g) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ |
| d) $\frac{2}{3} \in \mathbb{D}$ | h) $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$ |

Exercice 3 – Classer et comparer

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Classer des nombres et mobiliser les inclusions entre ensembles.

On considère

$$A = -6, \quad B = \frac{5}{4}, \quad C = \sqrt{81}, \quad D = -2, 7, \quad E = \sqrt{7}, \quad F = \frac{12}{3}.$$

- Donner les nombres appartenant à $\mathbb{N}$.
- Donner les nombres appartenant à $\mathbb{Z}$ mais pas à $\mathbb{N}$.
- Donner les nombres appartenant à $\mathbb{D}$ mais pas à $\mathbb{Z}$.

4) Donner un nombre appartenant à $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

5) Compléter :

$$\mathbb{N} \dots \mathbb{Z} \dots \mathbb{D} \dots \mathbb{Q} \dots \mathbb{R}.$$

II. Intervalles

Exercice 4 – Inégalités et intervalles

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Passer d'une inégalité à un intervalle et réciproquement.

1. Écrire sous forme d'intervalle.

a) $-3 \leq x < 5$

c) $x \leq -4$

b) $x > 2$

d) $1 < x \leq 7$

2. Écrire sous forme d'inégalité.

a) $x \in [-5; 3[$

c) $x \in]-\infty; 6]$

b) $x \in]2; +\infty[$

d) $x \in]-4; 1]$

Exercice 5 – Appartenance et bornes

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Tester l'appartenance d'un réel à un intervalle et interpréter ses bornes.

Compléter avec $\in$ ou $\notin$.

$$4 \dots [-2; 4] \quad 4 \dots [-2; 4[\quad -3 \dots]-3; 5] \quad 0 \dots]-\infty; 0[$$

$$-2 \dots [-2; 3[\quad 7 \dots]5; +\infty[\quad 1 \dots]1; 6] \quad -5 \dots]-\infty; -5]$$

Puis indiquer, pour l'intervalle $] - 3; 7]$, si chacune de ses deux bornes appartient ou non à l'intervalle.

Exercice 6 – Représenter et lire

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Représenter graphiquement des intervalles et passer d'une représentation à une autre.

1) Représenter sur une droite graduée :

$$A = [-4; 2[\quad \text{et} \quad B =]1; +\infty[.$$

2) Représenter l'ensemble des réels vérifiant

$$-2 < x \leq 5.$$

3) Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels supérieurs ou égaux à 3.

Exercice 7 – Une situation concrète

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Modéliser une contrainte à l'aide d'un intervalle.

Pour participer à une attraction, la taille t , en mètres, doit vérifier

$$1,40 \leq t < 1,95.$$

1) Écrire l'ensemble des tailles autorisées sous forme d'un intervalle.

2) Une personne mesurant 1,40 m peut-elle participer ?

3) Une personne mesurant 1,95 m peut-elle participer ?

4) Traduire la condition $t \in [1,50; 1,80]$ par un encadrement.

III. Intersection et réunion d'intervalles

Exercice 8 – Intersection ou réunion ?

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Déterminer une intersection ou une réunion de deux intervalles.

Déterminer les ensembles suivants.

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------------|
| a) $[-3; 5] \cap [1; 8]$ | d) $] - \infty; 3] \cup [1; +\infty[$ |
| b) $] - 5; 2] \cup [-1; 6[$ | e) $] - 4; 1[\cap [1; 7]$ |
| c) $[0; 4] \cap [5; 9]$ | f) $[-6; -2] \cup]3; 7]$ |

Exercice 9 – Traduire « et » et « ou »

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Relier les connecteurs « et », « ou » aux notions d'intersection et de réunion.

On considère

$$A = [-5; 4] \quad \text{et} \quad B =]1; 7[.$$

- 1) Déterminer les réels appartenant à A **et** à B .
- 2) Écrire le résultat avec le symbole $\cap$.
- 3) Déterminer les réels appartenant à A **ou** à B .
- 4) Écrire le résultat avec le symbole $\cup$.

Exercice 10 – Combiner plusieurs intervalles

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Combiner intersections et réunions d'intervalles.

On considère

$$A =] - 4; 5], \quad B = [-1; 8[, \quad C =]3; 10].$$

Déterminer :

- a) $A \cap B$
- b) $A \cap C$
- c) $A \cap B \cap C$
- d) $(A \cap B) \cup C$

IV. Valeur absolue et distance

Exercice 11 – Calculer des valeurs absolues

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Calculer une valeur absolue et effectuer des calculs numériques.

Calculer.

$$|-7| \quad ; \quad |4-9| \quad ; \quad |-3+8| \quad ; \quad |-5|-|2| \quad ; \quad |2-7|+|-3|$$

Exercice 12 – Distances sur la droite réelle

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Utiliser la valeur absolue pour calculer une distance.

- a) Écrire puis calculer la distance entre -3 et 5 .
- b) Écrire puis calculer la distance entre 4 et -2 .
- c) Quelle est la distance entre x et 3 ?
- d) Quelle est la distance entre x et -5 ?
- e) Traduire par une valeur absolue : « la distance entre x et 2 est égale à 7 ».

Exercice 13 – Du langage courant à la valeur absolue

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Interpréter une valeur absolue comme une distance.

Traduire chacune des phrases suivantes à l'aide d'une valeur absolue.

- a) La distance entre x et 4 est inférieure ou égale à 3.
- b) La distance entre x et -2 est strictement inférieure à 5.
- c) La distance entre x et 6 est strictement supérieure à 2.
- d) La distance entre x et 1 est égale à 4.

V. Valeur absolue, intervalles et inégalités

Exercice 14 – Valeur absolue et intervalle

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Passer d'une condition avec valeur absolue à un intervalle.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'un intervalle.

- a) $|x - 3| \leq 4$
- b) $|x + 2| < 5$
- c) $|x - 1| \leq 2$
- d) $|x + 4| < 3$

Pour les questions a) et b), préciser le **centre** et le **rayon** de l'intervalle obtenu.

Exercice 15 – S'éloigner d'un nombre

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Résoudre une inégalité avec valeur absolue conduisant à une réunion d'intervalles.

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

- a) $|x - 2| > 3$
- b) $|x + 1| \geq 4$
- c) $|x - 5| > 2$
- d) $|x| \geq 6$

Donner chaque ensemble de solutions sous forme d'une **réunion d'intervalles**.

Exercice 16 – Une distance imposée

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Résoudre une équation avec valeur absolue.

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

- a) $|x - 3| = 5$
- b) $|x + 2| = 4$
- c) $|x| = 7$
- d) $|x - 6| = 2$

Interpréter la première équation comme une condition de distance.

Exercice 17 – De l'intervalle à la valeur absolue

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Traduire un intervalle par une inégalité avec valeur absolue.

Écrire chacun des intervalles suivants à l'aide d'une inégalité comportant une valeur absolue.

- a) $[-2; 6]$
- b) $]1; 9[$
- c) $[-7; -1]$
- d) $] - 5; 5[$
- e) $[4; 10]$
- f) $] - 3; 7[$

Exercice 18 – Retrouver l'intervalle

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Déterminer le centre et le rayon d'un intervalle puis utiliser la valeur absolue.

Pour chacun des intervalles suivants :

- déterminer son centre ;
- déterminer son rayon ;
- écrire une condition équivalente à l'aide d'une valeur absolue.

$$[-4; 8] \quad ; \quad]2; 10[\quad ; \quad [-9; -1]$$

Exercice 19 – Problème de tolérance

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Modéliser une situation à l'aide d'une valeur absolue et d'un intervalle.

Une machine fabrique des pièces dont la longueur théorique est de 12 cm. Une pièce est acceptée si l'écart avec cette longueur ne dépasse pas 0,3 cm.

On note x la longueur réelle d'une pièce, en centimètres.

- 1) Exprimer la distance entre x et 12 à l'aide d'une valeur absolue.
- 2) Traduire la condition d'acceptation par une inégalité.
- 3) Écrire l'ensemble des longueurs acceptées sous forme d'un intervalle.
- 4) Une pièce de 12,25 cm est-elle acceptée ?
- 5) Une pièce de 11,65 cm est-elle acceptée ?

VI. Exercices bilan

Exercice 20 – Bilan 1 – Maîtriser les différentes écritures

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Mobiliser les ensembles de nombres, les intervalles, les opérations sur les intervalles et la valeur absolue.

- 1) Pour chacun des nombres suivants, donner le **plus petit ensemble** parmi $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ auquel il appartient :

$$-8, \quad \frac{7}{2}, \quad \frac{5}{3}, \quad \sqrt{64}, \quad \sqrt{11}.$$

- 2) On considère

$$A = [-4; 5[\quad \text{et} \quad B =]1; 8].$$

Déterminer $A \cap B$ puis $A \cup B$.

- 3) Traduire l'appartenance

$$x \in]-3; 6]$$

à l'aide d'un encadrement.

- 4) Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels vérifiant

$$-5 \leq x < 2.$$

- 5) Calculer la distance entre -4 et 7 en utilisant une valeur absolue.

- 6) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$|x - 2| \leq 5.$$

Donner le résultat sous forme d'un intervalle.

- 7) Écrire l'intervalle

$$] - 2; 8[$$

sous la forme d'une inégalité comportant une valeur absolue.

**Retrouvez les cours, exercices et corrections sur
cestcompliquelesmaths.fr**