



Exercices – Calcul littéral et équations

I. Réduire et développer

Exercice 1 – Réduire des expressions

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Regrouper les termes de même nature.

Réduire les expressions suivantes.

- | | |
|----------------------|------------------------------------|
| a) $3x + 5x$ | d) $5x^2 + 3x - 2x^2 + 4x$ |
| b) $7x - 2x + 4$ | e) $7x^2 - 5x + 2 - 3x^2 + 2x - 6$ |
| c) $4x + 3 - 2x + 7$ | f) $4a + 3b - 2a + 5b$ |

Exercice 2 – Supprimer les parenthèses

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Gérer les signes devant des parenthèses.

Supprimer les parenthèses, puis réduire.

- | | |
|-------------------|----------------------|
| a) $x + (2 + 3x)$ | c) $-2x + (-4 + 5x)$ |
| b) $x - (2 + 3x)$ | d) $-2x - (-4 + 5x)$ |

Exercice 3 – Distributivité simple

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Développer un produit et réduire.

Développer puis réduire.

- | | |
|-----------------|--------------------------|
| a) $3(x + 5)$ | d) $3(x + 4) + 2x$ |
| b) $-4(2x - 3)$ | e) $4(x - 2) - 2(x + 3)$ |
| c) $5x(x - 2)$ | f) $7 - 2(3x - 4)$ |

I. Réduire et développer (suite)

Exercice 4 – Double distributivité

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Développer le produit de deux expressions.

Développer puis réduire.

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| a) $(x + 3)(x + 7)$ | d) $(x - 3)(x + 4)$ |
| b) $(2x - 5)(x + 4)$ | e) $(2x - 3)(4x + 1)$ |
| c) $(3x + 1)(2x - 5)$ | f) $(5 - x)(x + 2)$ |

Exercice 5 – Développements avec soustraction

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Enchaîner des développements sans erreur de signe.

Développer puis réduire.

- a) $(x + 2)(3x - 5) - 4x(x + 1)$
b) $(2x - 3)(x + 4) - 3x(x - 2)$
c) $(3x + 1)(2x - 5) - 2x(x + 3)$
d) $(x - 4)(5x + 2) - 3x(2x - 1)$

II. Factoriser

Exercice 6 – Un facteur commun simple

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Mettre en évidence un facteur commun.

Factoriser les expressions suivantes.

- | | |
|------------------|-------------------|
| a) $20x - 10$ | d) $28x^2 + 21x$ |
| b) $15x + 25$ | e) $24x^2 - 16x$ |
| c) $18x^2 - 12x$ | f) $12x^3 + 8x^2$ |

Exercice 7 – Un facteur commun composé

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Repérer une expression commune à plusieurs termes.

Factoriser les expressions suivantes.

- a) $(x + 2)(3x - 1) + 4(x + 2)$
b) $(2x - 5)(x + 3) - 7(2x - 5)$
c) $(3x - 3)^2 + 5(3x - 3)$
d) $(x - 6)(4x + 3) - 2x(x - 6)$

Exercice 8 – Bilan : choisir la bonne opération

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Distinguer développement et factorisation.

Développer et réduire A et B , puis factoriser C et D .

- a) $A = 3(x - 4) + (2x + 1)(x + 2)$
b) $B = (3x - 2)(x + 5) - 4x(x - 1)$
c) $C = 24x^2 - 16x$
d) $D = (x + 4)(3x - 2) + 6(x + 4)$

III. Identités remarquables

Exercice 9 – Reconnaître et développer

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Utiliser les trois identités remarquables.

Développer puis réduire.

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) $(x + 5)^2$ | e) $(4x - 1)^2$ |
| b) $(2x - 3)^2$ | f) $(5 - 2x)^2$ |
| c) $(x + 7)(x - 7)$ | g) $(3x + 4)(3x - 4)$ |
| d) $(3x + 2)^2$ | h) $(2x + 5)^2$ |

Exercice 10 – Combiner plusieurs identités

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Développer une expression comportant plusieurs produits.

Développer puis réduire.

- a) $(2x - 3)^2 + (x + 5)(3 - x)$
b) $2(x + 3) - (2x + 3)(2x - 3)$
c) $(4x - 1)^2 - (2 - 5x)(2 + 5x)$
d) $(x - 2)^2 - (2x + 3)^2$

Exercice 11 – Reconnaître une forme à factoriser

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Lire une identité remarquable dans le sens inverse.

Factoriser les expressions suivantes.

- | | |
|---------------------|---|
| a) $x^2 - 2x + 1$ | e) $4x^2 + 16x + 16$ |
| b) $4x^2 + 12x + 9$ | f) $1 + 25x^2 - 10x$ |
| c) $9x^2 - 4$ | g) $9x^2 - 81$ |
| d) $1 - 49x^2$ | h) $3 - x^2$ (on pourra écrire $3 = (\sqrt{3})^2$) |

Exercice 12 – Différences de deux carrés

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Identifier les deux carrés avant de factoriser.

Factoriser, puis réduire chacun des facteurs obtenus.

- a) $(x + 4)^2 - 9$
b) $16 - (3 + 7x)^2$
c) $(6x + 2)^2 - (1 + 4x)^2$
d) $4x^2 - (2 + x)^2$

Exercice 13 – Démontrer une identité

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Prouver une égalité pour tout réel.

Démontrer que, pour tout réel x ,

$$(3 - 2x)^2 - (x + 5)^2 = x(3x - 22) - 16.$$

IV. Choisir une forme adaptée

Exercice 14 – Développer, factoriser, calculer

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Choisir une écriture adaptée à la question.

On considère

$$A(x) = 4(x + 1) + (3x + 1)(x + 1).$$

- 1) Développer et réduire $A(x)$.
- 2) Factoriser $A(x)$.
- 3) Calculer $A(-1)$, $A(0)$ et $A\left(-\frac{5}{3}\right)$ en choisissant une forme adaptée.
- 4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$A(x) = 0 \quad \text{et} \quad A(x) = 5.$$

Exercice 15 – Deux écritures pour une expression

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Passer de la forme développée à la forme factorisée.

On considère

$$B(x) = (x + 4)^2 - 16.$$

- 1) Développer et réduire $B(x)$.
- 2) Factoriser $B(x)$ sans développer.
- 3) Calculer $B(0)$ et $B(-8)$ avec la forme la plus pratique.
- 4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$B(x) = 0 \quad \text{et} \quad B(x) = -16.$$

V. Fractions et manipulation de formules

Exercice 16 – Expressions fractionnaires

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Réduire au même dénominateur et gérer les signes.

Écrire chaque expression sous la forme d'une seule fraction, puis simplifier si possible.

- | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $\frac{3x}{5} + \frac{2x}{5}$ | d) $\frac{x+5}{2} + 3x$ |
| b) $\frac{x+3}{2} + \frac{x-1}{2}$ | e) $2(x-1) - \frac{x+3}{2}$ |
| c) $\frac{5x+2}{3} - \frac{2x-1}{3}$ | f) $\frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{4}$ |

Exercice 17 – Isoler une variable

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Transformer une formule en précisant les conditions.

Exprimer la variable demandée en fonction des autres. Préciser les conditions nécessaires lorsqu'une division intervient.

- 1) $P = 2L + 2\ell$: exprimer L .
- 2) $A = \frac{bh}{2}$: exprimer h .
- 3) $v = \frac{d}{t}$, avec $t \neq 0$: exprimer d , puis t lorsque $v \neq 0$.
- 4) $A = \frac{(B+b)h}{2}$: exprimer h .
- 5) Calculer cette hauteur lorsque $A = 45$, $B = 12$ et $b = 6$.

VI. Résoudre des équations

Exercice 18 – Équations du premier degré

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Isoler l'inconnue après réduction.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $-6 + 5x = 12x + 2$

d) $5x + 9 - 2x = -3x + 21$

b) $4x + 8 = 5x + 3 + x$

e) $3(4x + 8) = 9 - 5x$

c) $9x + 13 = 5(3x - 1)$

f) $-4x + 12 = -10 - 10x - 14$

Exercice 19 – Équations avec des fractions

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Supprimer les dénominateurs numériques.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $\frac{x+2}{4} = 3$

c) $\frac{x+1}{2} = \frac{x+7}{4}$

b) $\frac{2x-1}{3} = 5$

d) $\frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{4} = 1$

Exercice 20 – Produits nuls

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Appliquer la propriété du produit nul.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $(x+5)(3-x) = 0$

d) $(5x+5)(8+4x) = 0$

b) $(x-8)(3x-4) = 0$

e) $(3x+6)(5x-15) = 0$

c) $(2x+3)(1-x) = 0$

f) $(x-4)(1-3x) = 0$

Exercice 21 – Factoriser avant de résoudre

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Faire apparaître un produit nul.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $2x^2 - 3x = 0$

c) $2x^2 + 7x = 0$

b) $x + 5x^2 = 0$

d) $x^2 - 25 = 0$

e) $(4x-3)(5+2x) + (3+x)(5+2x) = 0$

f) $(x-9)(2x-3) - x(x-9) = 0$

g) $(4-3x)(6x-1) - (4-3x)(4x-1) = 0$

Exercice 22 – Équations faisant intervenir un carré

Difficulté : ★★

Compétence travaillée : Distinguer les cas et reconnaître un carré parfait.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $x^2 = 81$

e) $2x^2 + 20 = 0$

b) $x^2 = -7$

f) $4x^2 - 2 = 1$

c) $x^2 = 15$

g) $x^2 + 6x + 9 = 0$

d) $3x^2 = 48$

h) $36x^2 - 12x + 22 = 21$

VI. Résoudre des équations (suite)

Exercice 23 – Quotients nuls

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Exclure les valeurs interdites avant de résoudre.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes. Préciser d'abord les valeurs interdites.

a) $\frac{5x - 10}{x - 6} = 0$

d) $\frac{(x - 4)(2x - 6)}{x - 9} = 0$

b) $\frac{4 - x}{3x - 2} = 0$

e) $\frac{x(4x + 2)}{3x - 4} = 0$

c) $\frac{3x - 12}{5 - x} = 0$

f) $\frac{(x - 3)(x + 2)}{x - 3} = 0$

Exercice 24 – Équations avec des dénominateurs littéraux

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Résoudre sur l'ensemble des valeurs autorisées.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes. Préciser d'abord les valeurs interdites.

a) $\frac{2x - 1}{x - 6} = \frac{x}{x - 6}$

c) $\frac{2}{x - 3} + \frac{5}{2x - 1} = 0$

b) $\frac{5x - 2}{2x - 6} = \frac{x - 3}{2x - 6}$

d) $\frac{x + 1}{x - 2} = 2$

VII. Mettre un problème en équation

Exercice 25 – Programmes de calcul

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Traduire des opérations puis comparer deux expressions.

On choisit un même nombre de départ pour les deux programmes suivants.

— **Programme A :** ajouter 5, puis multiplier le résultat par 3.

— **Programme B :** multiplier par 5, puis retrancher 7.

- 1) On note x le nombre choisi. Exprimer les deux résultats en fonction de x .
- 2) Pour quel nombre les deux programmes donnent-ils le même résultat ?
- 3) Vérifier la réponse en appliquant les deux programmes.

Exercice 26 – Vente de billets

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Modéliser une recette avec une seule inconnue.

Lors d'un spectacle, 180 billets ont été vendus. Un billet adulte coûte 12 euros et un billet enfant 7 euros. La recette totale est de 1 660 euros.

- 1) On note x le nombre de billets adultes. Exprimer le nombre de billets enfants.
- 2) Écrire une équation traduisant la recette totale.
- 3) Résoudre cette équation, puis donner le nombre de billets de chaque catégorie.
- 4) Vérifier le nombre total de billets et la recette.

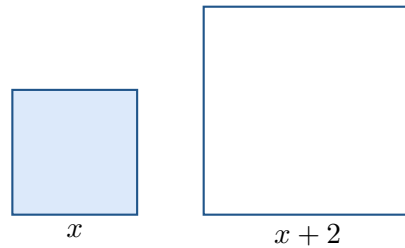
VII. Mettre un problème en équation (suite)

Exercice 27 – Deux carrés

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Traduire une différence d'aires.

Le côté d'un grand carré mesure 2 cm de plus que celui d'un petit carré. L'aire du grand carré dépasse celle du petit de 24 cm^2 .



Les longueurs sont exprimées en centimètres. Les figures ne sont pas à l'échelle.

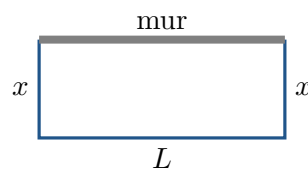
- 1) Exprimer les deux aires en fonction de x .
- 2) Écrire puis résoudre l'équation traduisant la différence d'aires.
- 3) Donner les longueurs des côtés des deux carrés et vérifier.

Exercice 28 – Un enclos contre un mur

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Tenir compte des côtés réellement clôturés.

Victor dispose de 12 m de grillage pour réaliser un enclos rectangulaire contre un mur. Seuls trois côtés sont grillagés. On note x sa largeur et L sa longueur, en mètres.



- 1) Justifier que $L = 12 - 2x$ et que $0 < x < 6$.
- 2) Montrer que l'aire de l'enclos vaut $A(x) = -2x^2 + 12x$.
- 3) Victor souhaite une aire de 16 m^2 . Écrire l'équation correspondante. Vérifier par développement que

$$-2x^2 + 12x - 16 = -2(x - 2)(x - 4),$$

puis résoudre et donner les dimensions possibles.

- 4) Vérifier que $A(x) = 18 - 2(x - 3)^2$. Une aire de 20 m^2 est-elle possible ? Justifier.

Exercice 29 – Une aire sous plusieurs formes

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Utiliser une factorisation dans un problème géométrique.

Un carré $OKLM$ a pour côté $2x - 3 \text{ cm}$, avec $x \geq 4$. Les points H et P appartiennent respectivement à $[OK]$ et $[ML]$, avec $OH = MP = x + 1 \text{ cm}$.

Pour $x > 4$, le segment $[HP]$ partage le carré en deux rectangles. On accepte le cas limite $x = 4$, où le rectangle $HKLP$ est aplati et son aire est nulle.

- 1) Exprimer l'aire $\mathcal{A}(x)$ du rectangle $HKLP$ comme une différence d'aires.
- 2) Développer cette expression, puis montrer que

$$\mathcal{A}(x) = (2x - 3)(x - 4).$$

- 3) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles cette aire est nulle, en tenant compte de $x \geq 4$.

VIII. En route vers la spécialité maths

Ces exercices d'approfondissement utilisent uniquement les méthodes de seconde : développement, facteur commun, identités remarquables, produit nul et équations se ramenant au premier degré ou à un carré. Justifier chaque étape.

Exercice 30 – Une factorisation bien cachée

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Repérer des facteurs opposés et choisir une stratégie.

On considère

$$F(x) = (2x - 1)^2 - (x + 3)^2 + (1 - 2x)(x - 4).$$

1) Montrer que

$$(2x - 1)^2 - (x + 3)^2 = (x - 4)(3x + 2).$$

2) En déduire une factorisation de $F(x)$, sans développer toute l'expression.

3) Développer et réduire $F(x)$ pour vérifier la factorisation.

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$F(x) = 0 \quad \text{et} \quad F(x) = -12.$$

Exercice 31 – Simplifier sans oublier les interdits

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Factoriser avec une identité remarquable et conserver les valeurs interdites.

On considère

$$G(x) = \frac{x^2 - 9}{(x - 3)(x + 2)}.$$

1) Déterminer les valeurs interdites.

2) Factoriser le numérateur à l'aide d'une identité remarquable.

3) Montrer que, pour $x \neq 3$ et $x \neq -2$,

$$G(x) = \frac{x + 3}{x + 2}.$$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$G(x) = 0, \quad G(x) = 1, \quad G(x) = \frac{6}{5}.$$

5) Un élève affirme que $G(3) = \frac{6}{5}$. Expliquer son erreur.

Exercice 32 – Peut-on diviser par l'inconnue ?

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Repérer une transformation qui fait perdre une solution.

Pour résoudre $x(x - 5) = 2x$, un élève écrit :

$$x - 5 = 2, \quad \text{donc} \quad x = 7.$$

1) Vérifier que 7 est une solution de l'équation initiale.

2) Tester $x = 0$. Que constate-t-on ?

3) Expliquer pourquoi la division par x demande une précaution.

4) Résoudre l'équation initiale en regroupant tous les termes dans un même membre, puis en factorisant.

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes, sans perdre de solution :

$$(x + 2)(3x - 1) = 5(x + 2),$$

$$(2x - 1)^2 = (2x - 1)(x + 4).$$

VIII. En route vers la spécialité maths (suite)

Exercice 33 – Deux factorisations successives

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Combiner une différence de carrés et un facteur commun.

On considère

$$H(x) = (3x + 1)^2 - (x - 5)^2.$$

- 1) Factoriser $H(x)$ à l'aide d'une identité remarquable, puis réduire chaque facteur.
- 2) Développer et réduire $H(x)$.
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$H(x) = 0, \quad H(x) = -24.$$

- 4) On pose

$$K(x) = H(x) - (2x + 6)(x + 1).$$

Factoriser $K(x)$ en utilisant la forme factorisée de $H(x)$.

- 5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $K(x) = 0$.

Exercice 34 – Un maximum sans dérivée

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Choisir une forme permettant de comparer des aires.

Un rectangle a un périmètre de 20 cm. On note x la longueur de l'un de ses côtés, en centimètres, et $A(x)$ son aire, en cm^2 .

- 1) Exprimer la longueur de l'autre côté en fonction de x et préciser les valeurs possibles de x .
- 2) Montrer que

$$A(x) = 25 - (x - 5)^2.$$

- 3) Justifier que l'aire ne peut pas dépasser 25 cm^2 . Pour quelles dimensions cette aire est-elle atteinte ?
- 4) Déterminer toutes les dimensions possibles lorsque l'aire vaut 21 cm^2 .
- 5) Peut-on obtenir une aire de 26 cm^2 ? Justifier sans développer.

Exercice 35 – Défi : une identité et des entiers

Difficulté : ★★★

Compétence travaillée : Utiliser le calcul littéral pour démontrer une propriété.

On considère un entier naturel $n \geq 1$.

- 1) Développer et réduire

$$(n + 1)^2 - (n - 1)^2.$$

- 2) En déduire que la différence des carrés de deux entiers de même parité, séparés de 2, est un multiple de 4.
- 3) Déterminer les deux entiers naturels impairs consécutifs dont la différence des carrés vaut 120.
- 4) Existe-t-il deux entiers naturels pairs consécutifs dont la différence des carrés vaut 120 ? Justifier.

Retrouvez les cours, exercices et corrections sur
cestcompliquelesmaths.fr