



Feuille d'exercices Suites numériques

Partie 1 : Vocabulaire, indices et représentation

Exercice 1 – Comprendre les notations

Compétence(s) : Communiquer, raisonner

Difficulté : ★ ○ ○

On considère la suite (u_n) dont les premiers termes sont :

$$3; 8; 13; 18; 23; \dots$$

Le premier terme est u_0 .

1. Donner u_0 , u_1 , u_2 et u_4 .
2. Quel est l'indice du terme égal à 18 ?
3. Que désigne la notation (u_n) ?
4. Que désigne la notation u_3 ?

Exercice 2 – Premier terme et ensemble d'indices

Compétence(s) : Calculer, raisonner

Difficulté : ★ ○ ○

On définit :

$$v_n = \frac{1}{n-2}.$$

1. Pourquoi v_2 n'existe-t-il pas ?
2. On décide de définir la suite pour $n \geq 3$. Quel est alors son premier terme ?
3. Calculer v_3 , v_4 et v_6 .

Exercice 3 – Attention aux indices

Compétence(s) : Communiquer, raisonner

Difficulté : ★ ○ ○

On sait que :

$$u_5 = 12.$$

1. Calculer $u_5 + 1$.
2. Peut-on connaître u_6 avec cette seule information ? Justifier.
3. Expliquer ce que désigne u_{n+1} .
4. Expliquer la différence entre u_{n+1} et $u_n + 1$.

Exercice 4 – Représenter une suite

Compétence(s) : Représenter, communiquer

Difficulté : ★ ○ ○

On considère :

$$u_0 = 1, \quad u_1 = 4, \quad u_2 = 2, \quad u_3 = 5, \quad u_4 = 3.$$

1. Représenter dans un repère les points de coordonnées :

$$(0; u_0), (1; u_1), (2; u_2), (3; u_3), (4; u_4).$$

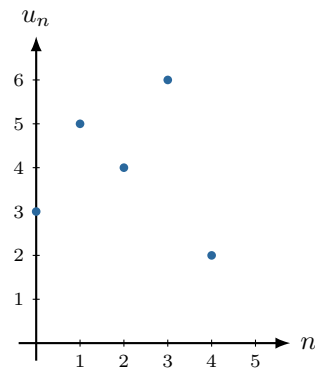
2. Faut-il relier ces points par une courbe continue ? Justifier.

Exercice 5 – Lire une représentation graphique

Compétence(s) : Représenter, communiquer

Difficulté : ★ ○ ○

On a représenté ci-dessous les premiers termes d'une suite.



1. Lire u_0 , u_1 , u_3 et u_4 .
2. Quel terme est égal à 4 ?
3. Quel est le plus grand terme représenté ?

Partie 2 : Suites définies par une formule explicite

Exercice 6 – Calculer des termes

Compétence(s) : Calculer

Difficulté : ★ ○ ○

On considère :

$$u_n = 4n - 3.$$

Calculer :

$$u_0, \quad u_1, \quad u_5, \quad u_{20}.$$

Exercice 7 – Une formule avec une racine carrée

Compétence(s) : Calculer

Difficulté : ★ ○ ○

On définit :

$$v_n = \sqrt{n + 5}.$$

Calculer exactement :

$$v_4, \quad v_{11}, \quad v_{20}.$$

Exercice 8 – Retrouver un indice

Compétence(s) : Calculer, raisonner

Difficulté : ★ ★ ○

On considère :

$$u_n = 3n + 2.$$

1. Calculer u_7 .
2. Déterminer l'indice n pour lequel :

$$u_n = 29.$$

3. Le nombre 40 est-il un terme de cette suite ? Justifier.

Exercice 9 – Exprimer le terme suivant

Compétence(s) : Calculer

Difficulté : ★ ★ ○

Pour chacune des suites suivantes, exprimer u_{n+1} en fonction de n .

a) $u_n = 5n + 1$

b) $u_n = n^2 + 3$

c) $u_n = 2n^2 - n.$

Exercice 10 – Contexte – Les gradins d'un théâtre

Compétence(s) : Modéliser, calculer

Difficulté : ★ ★ ○

Dans un petit théâtre, la **première rangée** possède 18 places.

Chaque nouvelle rangée possède 2 places de plus que la précédente.

On note u_n le nombre de places de la rangée située n rangées après la première.

Ainsi :

$$u_0 = 18$$

et, plus généralement,

$$u_n = 18 + 2n.$$

1. Que représente u_0 dans cette situation ?
2. Calculer u_5 et interpréter le résultat.
3. Combien de places possède la rangée située 12 rangées après la première ?
4. Pour quelle valeur de n a-t-on :

$$u_n = 40?$$

5. À quelle rangée réelle cela correspond-il, en comptant la première rangée comme rangée 1 ?

Partie 3 : Suites définies par récurrence

Exercice 11 – Calculer les premiers termes

Compétence(s) : Calculer

Difficulté : ★ ○ ○

On considère la suite définie par :

$$u_0 = 1$$

et :

$$u_{n+1} = 2u_n + 3.$$

Calculer :

$$u_1, \quad u_2, \quad u_3.$$

Exercice 12 – Une récurrence simple

Compétence(s) : Calculer

Difficulté : ★ ○ ○

On définit :

$$v_1 = 10$$

et, pour tout $n \geq 1$,

$$v_{n+1} = v_n - 2.$$

Calculer :

$$v_2, \quad v_3, \quad v_4, \quad v_5.$$

Exercice 13 – Explicite ou récurrence ?

Compétence(s) : Raisonner, communiquer

Difficulté : ★ ○ ○

Pour chaque suite, préciser si elle est définie par une formule explicite ou par récurrence.

a) $u_n = 4n + 7$

b) $\begin{cases} v_0 = 3, \\ v_{n+1} = v_n + 5 \end{cases}$

c) $w_n = n^2 - 2n + 1$

d) $\begin{cases} t_1 = 8, \\ t_{n+1} = 2t_n \end{cases}$

Exercice 14 – Contexte – Une cagnotte

Compétence(s) : Modéliser, calculer

Difficulté : ★ ○ ○

Lina possède initialement 50 € dans une cagnotte.

À la fin de chaque mois, elle ajoute exactement 15 €.

On note u_n la somme disponible après n mois.

$$u_0 = 50.$$

1. Écrire une relation permettant de calculer u_{n+1} à partir de u_n .
2. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
3. Interpréter u_3 dans le contexte.

Exercice 15 – Contexte – Les rebonds d’une balle

Compétence(s) : Modéliser, calculer

Difficulté : ★ ★ ○

Une balle est lâchée d’une hauteur de 256 cm.

Après chaque rebond, elle remonte à $\frac{3}{4}$ de la hauteur maximale précédente.

On note h_n la hauteur maximale, en centimètres, atteinte après le n -ième rebond et on pose :

$$h_0 = 256.$$

1. Écrire la relation de récurrence vérifiée par (h_n) .
2. Calculer h_1 , h_2 et h_3 .
3. Interpréter h_3 dans le contexte.

Partie 4 : Étudier le sens de variation – Méthode par différence

Exercice 16 – Conjecturer une variation

Compétence(s) : Calculer, raisonner

Difficulté : ★ ○ ○

On considère :

$$u_n = n^2 + 1.$$

1. Calculer u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5 .
2. Conjecturer le sens de variation de (u_n) .
3. Expliquer pourquoi ces quelques valeurs ne constituent pas une démonstration.

Exercice 17 – Une suite strictement croissante

Compétence(s) : Calculer, raisonner

Difficulté : ★ ★ ○

On définit :

$$u_n = 5n - 4.$$

1. Calculer u_{n+1} .
2. Montrer que :

$$u_{n+1} - u_n = 5.$$

3. En déduire le sens de variation de (u_n) .

Exercice 18 – Une suite strictement décroissante

Compétence(s) : Calculer, raisonner

Difficulté : ★ ★ ○

On considère :

$$v_n = -3n + 10.$$

1. Calculer v_{n+1} .
2. Calculer :

$$v_{n+1} - v_n.$$

3. En déduire le sens de variation de (v_n) .

Exercice 19 – Une différence qui dépend de l'indice

Compétence(s) : Calculer, raisonner

Difficulté : ★ ★ ○

On définit pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = n^2 + 2n.$$

1. Calculer u_{n+1} .
2. Montrer que :

$$u_{n+1} - u_n = 2n + 3.$$

3. Étudier le signe de $2n + 3$ pour tout $n \geq 0$.
4. En déduire le sens de variation de (u_n) .

Exercice 20 – Une suite non monotone

Compétence(s) : Calculer, raisonner

Difficulté : ★★★

On considère :

$$u_n = n^2 - 6n.$$

1. Montrer que :

$$u_{n+1} - u_n = 2n - 5.$$

2. Déterminer les entiers naturels n pour lesquels :

$$2n - 5 < 0.$$

3. Déterminer ceux pour lesquels :

$$2n - 5 > 0.$$

4. Décrire les variations de la suite.

5. La suite est-elle monotone sur $\mathbb{N}$?

Partie 5 : Étudier les variations – Quotient et fonction associée

Exercice 21 – Méthode par quotient

Compétence(s) : Calculer, raisonner

Difficulté : ★ ★ ○

On considère la suite strictement positive :

$$u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n.$$

1. Calculer :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}.$$

2. Comparer ce quotient à 1.
3. En déduire le sens de variation de (u_n) .

Exercice 22 – Un quotient plus élaboré

Compétence(s) : Calculer, raisonner

Difficulté : ★ ★ ★

Pour tout $n \geq 0$, on définit :

$$v_n = \frac{n+2}{3^n}.$$

Tous les termes sont strictement positifs.

1. Écrire v_{n+1} .
2. Montrer que :

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{n+3}{3(n+2)}.$$

3. Montrer que ce quotient est strictement inférieur à 1 pour tout $n \geq 0$.
4. En déduire le sens de variation de (v_n) .

Exercice 23 – Utiliser les variations d'une fonction

Compétence(s) : Raisonner

Difficulté : ★ ★ ○

On considère pour tout entier $n \geq 0$:

$$u_n = \frac{1}{n+2}.$$

On introduit :

$$f(x) = \frac{1}{x+2}.$$

1. Sur quel intervalle doit-on étudier f pour étudier la suite ?
2. Donner le sens de variation de f sur cet intervalle.
3. Sachant que :

$$u_n = f(n),$$

en déduire le sens de variation de (u_n) .

Partie 6 : Exercice de synthèse type bac

Exercice 24 – Type bac – Construction d’une mosaïque

Compétence(s) : Modéliser, calculer, raisonner, représenter

Difficulté : ★★★

Un artisan réalise une série de mosaïques carrées.

À l’étape n , le côté de la mosaïque comporte $n + 3$ carreaux.

On note u_n le nombre total de carreaux de la mosaïque à l’étape n .

On admet que :

$$u_n = (n + 3)^2 \quad (n \in \mathbb{N}).$$

Partie A – Premiers termes

1. Calculer u_0 , u_1 , u_2 et u_5 .
2. Interpréter u_5 dans le contexte.
3. Calculer également u_3 .
4. Représenter dans un repère les points :

$$(0; u_0), \quad (1; u_1), \quad (2; u_2), \quad (3; u_3).$$

5. Expliquer pourquoi ces points ne doivent pas être reliés par une courbe continue pour représenter la suite.

Partie B – Étude des variations

6. Montrer que :

$$u_{n+1} = (n + 4)^2.$$

7. Développer :

$$u_{n+1} - u_n$$

et montrer que :

$$u_{n+1} - u_n = 2n + 7.$$

8. Étudier le signe de $2n + 7$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
9. En déduire le sens de variation de la suite (u_n) .
10. Déterminer l’étape à laquelle la mosaïque comporte exactement 100 carreaux.

Partie 7 : Exercice de synthèse type bac

Exercice 25 – Type bac – Compressons un fichier

Compétence(s) : Modéliser, calculer, raisonner

Difficulté : ★★★

Un fichier informatique a initialement une taille de 640 Mo.

On applique successivement un procédé de compression.

Dans le modèle étudié, chaque compression divise la taille précédente par 2.

On note v_n la taille du fichier, en Mo, après n compressions.

On a :

$$v_0 = 640$$

et :

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n.$$

Partie A – Comprendre la suite

1. La suite (v_n) est-elle définie par une formule explicite ou par récurrence ? Justifier.
2. Calculer :

$$v_1, \quad v_2, \quad v_3, \quad v_4.$$

3. Interpréter v_3 dans le contexte.
4. À partir des premiers termes, conjecturer le sens de variation de (v_n) .

Partie B – Démontrer le sens de variation

5. Expliquer pourquoi tous les termes v_n sont strictement positifs.
6. Calculer :

$$\frac{v_{n+1}}{v_n}.$$

7. Comparer ce quotient à 1.
8. En déduire rigoureusement le sens de variation de (v_n) .

Partie C – Interprétation du modèle

9. Déterminer la première valeur de n pour laquelle :

$$v_n < 50.$$

10. La taille du fichier peut-elle devenir exactement nulle dans ce modèle ? Justifier.
11. Dans la réalité, peut-on continuer indéfiniment à diviser par deux la taille d'un même fichier tout en conservant son contenu ? Expliquer brièvement pourquoi le modèle possède des limites.