



Cours : Statistiques

1) Caractéristiques de position

Propriété

La **moyenne** et la **médiane** d'une série sont des caractéristiques de position.
On dit aussi que ce sont des **indicateurs de tendance centrale**.

A) Effectif et fréquence

Définitions

Dans une série de données :

- l'**effectif d'une donnée** est le nombre de fois où cette donnée apparaît ;
- l'**effectif total** est la somme de tous les effectifs ;
- la **fréquence d'une donnée** est le quotient de son effectif par l'effectif total.

$$\text{Fréquence d'une donnée} = \frac{\text{effectif de la donnée}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

Voici les ventes réalisées un samedi par une pizzeria :

Prix en euros	8	9	9,5	11	12	Total
Nombre de pizzas	16	24	8	12	20	80
Fréquence	0,20	0,30	0,10	0,15	0,25	1

L'effectif de la donnée 9,5 est 8.

La fréquence de la donnée 11 est :

$$\frac{12}{80} = \frac{3}{20} = 0,15 = 15\%$$

B) Calculer une moyenne

Définition

La **moyenne pondérée** d'une série de données numériques est égale à la somme des produits de chaque donnée par son effectif, divisée par l'effectif total.

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des produits des données par leurs effectifs}}{\text{effectif total}}$$

Méthode

Pour calculer une moyenne pondérée :

- 1- On multiplie chaque donnée par son effectif.
- 2- On additionne tous les produits obtenus.
- 3- On divise cette somme par l'effectif total.

Exemple

Avec les données de la pizzeria, le prix moyen d'une pizza est :

$$\begin{aligned} & \frac{8 \times 16 + 9 \times 24 + 9,5 \times 8 + 11 \times 12 + 12 \times 20}{80} \\ & = \frac{128 + 216 + 76 + 132 + 240}{80} = \frac{792}{80} = 9,9 \end{aligned}$$

Ainsi, le prix moyen d'une pizza est :

9,90 euros

C) Déterminer une médiane

Définition

On considère une série de données numériques **ordonnée**.

Une **médiane** est un nombre qui partage la série en deux groupes de même effectif :

- au moins la moitié des données sont inférieures ou égales à la médiane ;
- au moins la moitié des données sont supérieures ou égales à la médiane.

Méthode

On note n l'effectif total de la série.

Pour déterminer une médiane :

- 1- On range les données par ordre croissant.
- 2- On calcule l'effectif total n .
- 3- Si n est **impair**, la médiane est la donnée de rang :

$$\frac{n + 1}{2}$$

- 4- Si n est **pair**, les deux données centrales sont celles de rangs :

$$\frac{n}{2} \quad \text{et} \quad \frac{n}{2} + 1$$

La médiane est la moyenne de ces deux données centrales.

Exemples

Effectif impair

8 ; 11 ; 12 ; 13 ; 15 ; 17 ; 19

La série contient $n = 7$ données.
Le rang de la médiane est :

$$\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$$

La médiane est donc la donnée de rang 4.

8 11 12 13 15 17 19
 ↑
 rang 4

$$\boxed{\text{Médiane} = 13}$$

Effectif pair

2 ; 7 ; 10 ; 11 ; 14 ; 19

La série contient $n = 6$ données.
Les rangs des données centrales sont :

$$\frac{n}{2} = 3 \quad \text{et} \quad \frac{n}{2} + 1 = 4$$

Les données de rangs 3 et 4 sont 10 et 11.

2 7 10 11 14 19
 ↑
 rangs 3 et 4

$$\boxed{\text{Médiane} = \frac{10+11}{2} = 10,5}$$

Exemple

Médiane d'une série présentée avec des effectifs

On considère la série statistique suivante :

Valeur	7	8	9	11	13
Effectif	2	3	5	4	6
Effectif cumulé	2	5	10	14	20

L'effectif total est :

$$n = 2 + 3 + 5 + 4 + 6 = 20$$

L'effectif est pair. Les deux données centrales sont celles de rangs :

$$\frac{n}{2} = 10 \quad \text{et} \quad \frac{n}{2} + 1 = 11$$

D'après les effectifs cumulés :

- la donnée de rang 10 est 9 ;
- la donnée de rang 11 est 11.

La médiane est donc :

$$\frac{9+11}{2} = 10$$

Ainsi :

$$\boxed{\text{Médiane} = 10}$$

Remarque

Lorsque les données sont regroupées dans un tableau d'effectifs, il n'est pas nécessaire de recopier toute la série.

Les effectifs cumulés permettent de repérer directement la ou les données centrales.

La médiane dépend de la position des données dans la série ordonnée, mais elle est peu sensible aux valeurs extrêmes.

2) Caractéristique de dispersion

Définition

L'**étendue** d'une série de données numériques est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série.

$$\text{Étendue} = \text{valeur maximale} - \text{valeur minimale}$$

Propriété

L'étendue d'une série est une **caractéristique de dispersion**.
Plus l'étendue est grande, plus les données de la série sont dispersées.

Exemple

Voici les températures relevées à Bordeaux pendant une semaine :

18°C ; 20°C ; 17°C ; 16°C ; 17°C ; 15°C ; 19°C



La plus petite température est 15°C.
La plus grande température est 20°C.
L'étendue de la série est donc :

$$20 - 15 = 5$$

Ainsi :

$$\text{L'étendue est de } 5^\circ\text{C.}$$