



Correction – Théorème de Thalès

Configuration en papillon – Niveau 3e

Correction des exercices

Exercice 1

1. D'une part :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{90}{150} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

D'autre part :

$$\frac{AC}{AN} = \frac{72}{120} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Ainsi :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}.$$

2. Les points B , A et M sont alignés dans cet ordre.

Les points C , A et N sont alignés dans cet ordre.

De plus :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

$$\boxed{(BC) // (MN)}$$

3. Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A .

Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}.$$

Ainsi :

$$\frac{90}{150} = \frac{54}{MN}.$$

Par produit en croix :

$$90 \times MN = 150 \times 54.$$

Donc :

$$MN = \frac{150 \times 54}{90} = 90.$$

$$\boxed{MN = 90 \text{ m}}$$

4. Le périmètre du triangle AMN est :

$$\mathcal{P}_{AMN} = AM + AN + MN.$$

$$\mathcal{P}_{AMN} = 150 + 120 + 90 = 360.$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{AMN} = 360 \text{ m}}$$

Exercice 2

1. Les points P , S et R sont alignés dans cet ordre.

Les points Q , S et T sont alignés dans cet ordre.

D'une part :

$$\frac{SP}{SR} = \frac{2,4}{4} = 0,6.$$

D'autre part :

$$\frac{SQ}{ST} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Ainsi :

$$\frac{SP}{SR} = \frac{SQ}{ST}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (PQ) et (RT) sont parallèles.

$$\boxed{(PQ) // (RT)}$$

2. Les droites (PR) et (QT) sont sécantes en S .

Les droites (PQ) et (RT) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{SP}{SR} = \frac{SQ}{ST} = \frac{PQ}{RT}.$$

Ainsi :

$$\frac{2,4}{4} = \frac{1,8}{RT}.$$

Par produit en croix :

$$2,4 \times RT = 4 \times 1,8.$$

Donc :

$$RT = \frac{4 \times 1,8}{2,4} = 3.$$

$$\boxed{RT = 3 \text{ m}}$$

3. Le périmètre du triangle SRT est :

$$\mathcal{P}_{SRT} = SR + ST + RT.$$

$$\mathcal{P}_{SRT} = 4 + 5 + 3 = 12.$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{SRT} = 12 \text{ m}}$$

4. Le coefficient d'agrandissement permettant de passer du triangle SPQ au triangle SRT est :

$$k = \frac{SR}{SP} = \frac{4}{2,4} = \frac{5}{3}.$$

Les aires sont multipliées par le carré du coefficient d'agrandissement :

$$\mathcal{A}_{SRT} = \mathcal{A}_{SPQ} \times k^2.$$

$$\mathcal{A}_{SRT} = 2,7 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2.$$

$$\mathcal{A}_{SRT} = 2,7 \times \frac{25}{9} = 7,5.$$

$$\boxed{\mathcal{A}_{SRT} = 7,5 \text{ m}^2}$$

Exercice 3

1. Les points D , O et F sont alignés dans cet ordre.

Les points E , O et G sont alignés dans cet ordre.

D'une part :

$$\frac{OD}{OF} = \frac{120}{200} = 0,6.$$

D'autre part :

$$\frac{OE}{OG} = \frac{90}{150} = 0,6.$$

Ainsi :

$$\frac{OD}{OF} = \frac{OE}{OG}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

$$\boxed{(DE) \parallel (FG)}$$

2. Les droites (DF) et (EG) sont sécantes en O .

Les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OD}{OF} = \frac{OE}{OG} = \frac{DE}{FG}.$$

Ainsi :

$$\frac{120}{200} = \frac{75}{FG}.$$

Par produit en croix :

$$120 \times FG = 200 \times 75.$$

Donc :

$$FG = \frac{200 \times 75}{120} = 125.$$

$$\boxed{FG = 125 \text{ m}}$$

3. La longueur du parcours $O - F - G - O$ est :

$$OF + FG + GO.$$

$$200 + 125 + 150 = 475.$$

$$\boxed{475 \text{ m}}$$

4. Convertissons la distance en kilomètres :

$$475 \text{ m} = 0,475 \text{ km}.$$

La durée en heures est :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{0,475}{12} \approx 0,03958 \text{ h}.$$

Convertissons en minutes :

$$0,03958 \times 60 \approx 2,375 \text{ min}.$$

Cela correspond à 2 minutes et :

$$0,375 \times 60 = 22,5 \text{ s}.$$

$$\boxed{t \approx 2 \text{ min } 23 \text{ s}}$$

Exercice 4

1. Les points B , A et M sont alignés dans cet ordre.

Les points C , A et N sont alignés dans cet ordre.

D'une part :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{3,6}{6} = 0,6.$$

D'autre part :

$$\frac{AC}{AN} = \frac{4,8}{8} = 0,6.$$

Ainsi :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

$$\boxed{(BC) // (MN)}$$

2. Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A .

Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}.$$

Ainsi :

$$\frac{3,6}{6} = \frac{3}{MN}.$$

Par produit en croix :

$$3,6 \times MN = 6 \times 3.$$

Donc :

$$MN = \frac{6 \times 3}{3,6} = 5.$$

$$\boxed{MN = 5 \text{ m}}$$

3. Le coefficient d'agrandissement permettant de passer du triangle ABC au triangle AMN est :

$$k = \frac{AM}{AB} = \frac{6}{3,6} = \frac{5}{3}.$$

Les aires sont multipliées par le carré du coefficient :

$$\mathcal{A}_{AMN} = 7,2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2.$$

$$\mathcal{A}_{AMN} = 7,2 \times \frac{25}{9} = 20.$$

$$\boxed{\mathcal{A}_{AMN} = 20 \text{ m}^2}$$

4. L'aire totale des deux triangles est :

$$7,2 + 20 = 27,2.$$

$$\boxed{\mathcal{A}_{\text{totale}} = 27,2 \text{ m}^2}$$

Exercice 5

Les droites (DF) et (EG) sont sécantes en O .

Les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OD}{OF} = \frac{OE}{OG} = \frac{DE}{FG}.$$

1. Calculons la longueur OG :

$$\frac{2,8}{4,9} = \frac{2,4}{OG}.$$

Par produit en croix :

$$2,8 \times OG = 4,9 \times 2,4.$$

Donc :

$$OG = \frac{4,9 \times 2,4}{2,8} = 4,2.$$

$$\boxed{OG = 4,2 \text{ m}}$$

2. Calculons la longueur FG :

$$\frac{2,8}{4,9} = \frac{2,1}{FG}.$$

Par produit en croix :

$$2,8 \times FG = 4,9 \times 2,1.$$

Donc :

$$FG = \frac{4,9 \times 2,1}{2,8} = 3,675.$$

$$\boxed{FG = 3,675 \text{ m}}$$

3. Le périmètre du triangle OFG est :

$$\mathcal{P}_{OFG} = OF + OG + FG.$$

$$\mathcal{P}_{OFG} = 4,9 + 4,2 + 3,675 = 12,775.$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{OFG} = 12,775 \text{ m}}$$

4. Le coût de la bordure est :

$$12,775 \times 18 = 229,95.$$

$$\boxed{\text{Coût} = 229,95 \text{ euros}}$$

Exercice 6

1. Les points P , S et R sont alignés dans cet ordre.

Les points Q , S et T sont alignés dans cet ordre.

D'une part :

$$\frac{SP}{SR} = \frac{240}{400} = 0,6.$$

D'autre part :

$$\frac{SQ}{ST} = \frac{300}{500} = 0,6.$$

Ainsi :

$$\frac{SP}{SR} = \frac{SQ}{ST}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (PQ) et (RT) sont parallèles.

$$\boxed{(PQ) \parallel (RT)}$$

2. Les droites (PR) et (QT) sont sécantes en S .

Les droites (PQ) et (RT) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{SP}{SR} = \frac{SQ}{ST} = \frac{PQ}{RT}.$$

Ainsi :

$$\frac{240}{400} = \frac{180}{RT}.$$

Par produit en croix :

$$240 \times RT = 400 \times 180.$$

Donc :

$$RT = \frac{400 \times 180}{240} = 300.$$

$$\boxed{RT = 300 \text{ m}}$$

3. Comme S est situé entre P et R :

$$PR = PS + SR.$$

$$PR = 240 + 400 = 640.$$

Comme S est situé entre Q et T :

$$QT = QS + ST.$$

$$QT = 300 + 500 = 800.$$

$$\boxed{PR = 640 \text{ m} \quad \text{et} \quad QT = 800 \text{ m}}$$

4. La longueur du parcours est :

$$PS + ST + TR + RS + SQ.$$

$$240 + 500 + 300 + 400 + 300 = 1740.$$

$$\boxed{1740 \text{ m}}$$

5. Convertissons la distance en kilomètres :

$$1740 \text{ m} = 1,74 \text{ km}.$$

La durée est :

$$t = \frac{1,74}{9} \approx 0,1933 \text{ h}.$$

En minutes :

$$0,1933 \times 60 = 11,6 \text{ min}.$$

Cela correspond à 11 minutes et :

$$0,6 \times 60 = 36 \text{ s}.$$

$$\boxed{t = 11 \text{ min } 36 \text{ s}}$$

Exercice 7

Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A .

Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}.$$

1. Calculons la longueur AN :

$$\frac{4,2}{7} = \frac{5,4}{AN}.$$

Par produit en croix :

$$4,2 \times AN = 7 \times 5,4.$$

Donc :

$$AN = \frac{7 \times 5,4}{4,2} = 9.$$

$$\boxed{AN = 9 \text{ cm}}$$

2. Calculons la longueur MN :

$$\frac{4,2}{7} = \frac{4,8}{MN}.$$

Par produit en croix :

$$4,2 \times MN = 7 \times 4,8.$$

Donc :

$$MN = \frac{7 \times 4,8}{4,2} = 8.$$

$$\boxed{MN = 8 \text{ cm}}$$

3. Le périmètre du triangle AMN est :

$$\mathcal{P}_{AMN} = AM + AN + MN.$$

$$\mathcal{P}_{AMN} = 7 + 9 + 8 = 24.$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{AMN} = 24 \text{ cm}}$$

4. Le périmètre du triangle ABC est :

$$\mathcal{P}_{ABC} = AB + AC + BC.$$

$$\mathcal{P}_{ABC} = 4,2 + 5,4 + 4,8 = 14,4.$$

La différence entre les deux périmètres est :

$$24 - 14,4 = 9,6.$$

$$\boxed{9,6 \text{ cm}}$$

Exercice 8

1. Les points D , O et F sont alignés dans cet ordre.

Les points E , O et G sont alignés dans cet ordre.

D'une part :

$$\frac{OD}{OF} = \frac{4,5}{7,5} = 0,6.$$

D'autre part :

$$\frac{OE}{OG} = \frac{3,6}{6} = 0,6.$$

Ainsi :

$$\frac{OD}{OF} = \frac{OE}{OG}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

$$\boxed{(DE) \parallel (FG)}$$

2. Les droites (DF) et (EG) sont sécantes en O .

Les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OD}{OF} = \frac{OE}{OG} = \frac{DE}{FG}.$$

Ainsi :

$$\frac{4,5}{7,5} = \frac{2,7}{FG}.$$

Par produit en croix :

$$4,5 \times FG = 7,5 \times 2,7.$$

Donc :

$$FG = \frac{7,5 \times 2,7}{4,5} = 4,5.$$

$$\boxed{FG = 4,5 \text{ m}}$$

3. Le coefficient d'agrandissement permettant de passer du triangle ODE au triangle OFG est :

$$k = \frac{OF}{OD} = \frac{7,5}{4,5} = \frac{5}{3}.$$

Les aires sont multipliées par le carré du coefficient :

$$\mathcal{A}_{OFG} = 4,86 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2.$$

$$\mathcal{A}_{OFG} = 4,86 \times \frac{25}{9} = 13,5.$$

$$\boxed{\mathcal{A}_{OFG} = 13,5 \text{ m}^2}$$

4. La différence entre les deux aires est :

$$13,5 - 4,86 = 8,64.$$

$$\boxed{8,64 \text{ m}^2}$$

Exercice 9

Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A .

Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}.$$

1. Calculons la longueur AN :

$$\frac{1,2}{2} = \frac{0,9}{AN}.$$

Par produit en croix :

$$1,2 \times AN = 2 \times 0,9.$$

Donc :

$$AN = \frac{2 \times 0,9}{1,2} = 1,5.$$

$$\boxed{AN = 1,5 \text{ km}}$$

2. Calculons la longueur MN :

$$\frac{1,2}{2} = \frac{0,75}{MN}.$$

Par produit en croix :

$$1,2 \times MN = 2 \times 0,75.$$

Donc :

$$MN = \frac{2 \times 0,75}{1,2} = 1,25.$$

$$\boxed{MN = 1,25 \text{ km}}$$

3. La longueur du parcours est :

$$AM + MN + NA.$$

$$2 + 1,25 + 1,5 = 4,75.$$

$$\boxed{4,75 \text{ km}}$$

4. La durée est :

$$t = \frac{4,75}{4,8} \approx 0,9896 \text{ h.}$$

En minutes :

$$0,9896 \times 60 \approx 59,375 \text{ min.}$$

Cela correspond à environ 59 minutes et :

$$0,375 \times 60 = 22,5 \text{ s.}$$

$$\boxed{t \approx 59 \text{ min } 23 \text{ s}}$$

Exercice 10

1. Les points P , S et R sont alignés dans cet ordre.

Les points Q , S et T sont alignés dans cet ordre.

D'une part :

$$\frac{SP}{SR} = \frac{6}{10} = 0,6.$$

D'autre part :

$$\frac{SQ}{ST} = \frac{4,8}{8} = 0,6.$$

Ainsi :

$$\frac{SP}{SR} = \frac{SQ}{ST}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (PQ) et (RT) sont parallèles.

$$\boxed{(PQ) \parallel (RT)}$$

2. Les droites (PR) et (QT) sont sécantes en S .

Les droites (PQ) et (RT) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{SP}{SR} = \frac{SQ}{ST} = \frac{PQ}{RT}.$$

Ainsi :

$$\frac{6}{10} = \frac{3,6}{RT}.$$

Par produit en croix :

$$6 \times RT = 10 \times 3,6.$$

Donc :

$$RT = \frac{10 \times 3,6}{6} = 6.$$

$$\boxed{RT = 6 \text{ m}}$$

3. Comme S est situé entre P et R :

$$PR = PS + SR = 6 + 10 = 16.$$

Comme S est situé entre Q et T :

$$QT = QS + ST = 4,8 + 8 = 12,8.$$

$$\boxed{PR = 16 \text{ m} \quad \text{et} \quad QT = 12,8 \text{ m}}$$

4. Le périmètre du quadrilatère $PQTR$ est :

$$\mathcal{P}_{PQTR} = PQ + QT + TR + RP.$$

$$\mathcal{P}_{PQTR} = 3,6 + 12,8 + 6 + 16 = 38,4.$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{PQTR} = 38,4 \text{ m}}$$

Exercice 11

1. Le triangle ODE est rectangle en D .

D'après le théorème de Pythagore :

$$OE^2 = OD^2 + DE^2.$$

Ainsi :

$$50^2 = 30^2 + DE^2.$$

$$2500 = 900 + DE^2.$$

$$DE^2 = 2500 - 900 = 1600.$$

Donc :

$$DE = \sqrt{1600} = 40.$$

$$\boxed{DE = 40 \text{ m}}$$

2. Les droites (DF) et (EG) sont sécantes en O .

Les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OD}{OF} = \frac{OE}{OG} = \frac{DE}{FG}.$$

Calculons la longueur OG :

$$\frac{30}{45} = \frac{50}{OG}.$$

Par produit en croix :

$$30 \times OG = 45 \times 50.$$

Donc :

$$OG = \frac{45 \times 50}{30} = 75.$$

$$\boxed{OG = 75 \text{ m}}$$

3. Les droites (DF) et (EG) sont sécantes en O .

Les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OD}{OF} = \frac{OE}{OG} = \frac{DE}{FG}.$$

Calculons la longueur FG :

$$\frac{30}{45} = \frac{40}{FG}.$$

Par produit en croix :

$$30 \times FG = 45 \times 40.$$

Donc :

$$FG = \frac{45 \times 40}{30} = 60.$$

$$\boxed{FG = 60 \text{ m}}$$

4. Le périmètre du triangle OFG est :

$$\mathcal{P}_{OFG} = OF + OG + FG.$$

$$\mathcal{P}_{OFG} = 45 + 75 + 60 = 180.$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{OFG} = 180 \text{ m}}$$

5. Convertissons la distance en kilomètres :

$$180 \text{ m} = 0,18 \text{ km.}$$

La durée est :

$$t = \frac{0,18}{15} = 0,012 \text{ h.}$$

Convertissons en secondes :

$$0,012 \times 3600 = 43,2.$$

$$\boxed{t \approx 43 \text{ s}}$$

Exercice 12

1. Les points B , A et M sont alignés dans cet ordre.

Les points C , A et N sont alignés dans cet ordre.

D'une part :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{48}{80} = 0,6.$$

D'autre part :

$$\frac{AC}{AN} = \frac{36}{60} = 0,6.$$

Ainsi :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

$$\boxed{(BC) // (MN)}$$

2. Le triangle ABC est rectangle en A .

D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

$$BC^2 = 48^2 + 36^2.$$

$$BC^2 = 2304 + 1296 = 3600.$$

Donc :

$$BC = \sqrt{3600} = 60.$$

$$\boxed{BC = 60 \text{ m}}$$

3. Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A .

Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}.$$

Ainsi :

$$\frac{48}{80} = \frac{60}{MN}.$$

Par produit en croix :

$$48 \times MN = 80 \times 60.$$

Donc :

$$MN = \frac{80 \times 60}{48} = 100.$$

$$\boxed{MN = 100 \text{ m}}$$

4. Le périmètre du triangle AMN est :

$$\mathcal{P}_{AMN} = AM + AN + MN.$$

$$\mathcal{P}_{AMN} = 80 + 60 + 100 = 240.$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{AMN} = 240 \text{ m}}$$

5. Le triangle ABC est rectangle en A .

Son aire est :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2}.$$

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{48 \times 36}{2} = 864.$$

$$\boxed{\mathcal{A}_{ABC} = 864 \text{ m}^2}$$

6. Le coefficient d'agrandissement permettant de passer du triangle ABC au triangle AMN est :

$$k = \frac{AM}{AB} = \frac{80}{48} = \frac{5}{3}.$$

Les aires sont multipliées par le carré du coefficient :

$$\mathcal{A}_{AMN} = 864 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2.$$

$$\mathcal{A}_{AMN} = 864 \times \frac{25}{9} = 2400.$$

$$\boxed{\mathcal{A}_{AMN} = 2400 \text{ m}^2}$$

Fin de la correction