



Corrigé détaillé

Suites arithmétiques

Partie 1 : Comprendre et reconnaître une suite arithmétique

Exercice 1 – Calculer les premiers termes

On sait que

$$u_0 = 11 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = u_n + 6.$$

On ajoute donc 6 pour passer d'un terme au suivant :

$$u_1 = 11 + 6 = 17,$$

$$u_2 = 17 + 6 = 23,$$

$$u_3 = 23 + 6 = 29,$$

$$u_4 = 29 + 6 = 35.$$

$u_1 = 17, \quad u_2 = 23, \quad u_3 = 29, \quad u_4 = 35$
--

Exercice 2 – Une suite décroissante

On a

$$v_0 = 35 \quad \text{et} \quad v_{n+1} = v_n - 4.$$

Ainsi :

$$v_1 = 35 - 4 = 31,$$

$$v_2 = 31 - 4 = 27,$$

$$v_3 = 27 - 4 = 23,$$

$$v_4 = 23 - 4 = 19.$$

$v_1 = 31, \quad v_2 = 27, \quad v_3 = 23, \quad v_4 = 19$
--

Exercice 3 – Passer d'une situation à une suite

- a) Le réservoir contient initialement 180 L et on ajoute 12 L chaque minute.

En notant u_n le volume après n minutes :

$u_0 = 180$

et

$u_{n+1} = u_n + 12$

- b) Le stock initial est de 750 pièces et diminue de 25 pièces chaque semaine.

En notant v_n le stock après n semaines :

$$v_0 = 750$$

et

$$v_{n+1} = v_n - 25.$$

- c) Léa possède initialement 320 € et ajoute 45 € chaque mois.

En notant w_n la somme disponible après n mois :

$$w_0 = 320$$

et

$$w_{n+1} = w_n + 45.$$

Exercice 4 – Reconnaître à partir de termes consécutifs

Pour que des nombres soient des termes consécutifs d'une suite arithmétique, on doit toujours ajouter le même nombre.

- a)

$$7 ; 12 ; 17 ; 22$$

On ajoute 5 à chaque fois.

$$\text{Suite arithmétique de raison } 5$$

- b)

$$30 ; 24 ; 18 ; 12$$

On retire 6 à chaque fois, c'est-à-dire que l'on ajoute -6 .

$$\text{Suite arithmétique de raison } -6$$

- c)

$$5 ; 9 ; 14 ; 18$$

On passe de 5 à 9 en ajoutant 4, mais de 9 à 14 en ajoutant 5.

$$\text{La suite n'est pas arithmétique.}$$

- d)

$$-8 ; -3 ; 2 ; 7$$

On ajoute 5 à chaque fois.

$$\text{Suite arithmétique de raison } 5$$

Exercice 5 – Reconnaître une forme explicite

Une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r peut s'écrire sous la forme

$$u_n = u_0 + nr.$$

$$\text{— } u_n = 4n + 7 = 7 + 4n.$$

Donc

$$u_0 = 7 \quad \text{et} \quad r = 4.$$

— $v_n = n^2 + 3$ ne possède pas la forme $v_0 + nr$.

(v_n) n'est pas arithmétique.

— $w_n = 18 - 5n = 18 + n \times (-5)$.

Donc

$$w_0 = 18 \quad \text{et} \quad r = -5.$$

— $t_n = 6 = 6 + n \times 0$.

Donc

$$t_0 = 6 \quad \text{et} \quad r = 0.$$

La suite est constante : c'est une suite arithmétique de raison 0.

Exercice 6 – Compléter une suite arithmétique

a) De 4 à 9, on ajoute 5.

$$4 ; 9 ; 14 ; 19 ; 24$$

b) De 31 à 25, on ajoute -6 .

$$31 ; 25 ; 19 ; 13 ; 7$$

c) Entre -5 et 7 , il y a deux pas identiques.

Comme

$$7 - (-5) = 12,$$

chaque pas vaut

$$\frac{12}{2} = 6.$$

Ainsi :

$$-5 ; 1 ; 7 ; 13 ; 19$$

Partie 2 : Relation de récurrence et forme explicite

Exercice 7 – Écrire une forme explicite

Pour une suite arithmétique :

$$u_n = u_0 + nr.$$

a) $u_0 = 9$ et $r = 7$:

$$u_n = 9 + 7n.$$

b) $u_0 = 42$ et $r = -5$:

$$u_n = 42 - 5n.$$

c) $u_0 = -8$ et $r = 3$:

$$u_n = -8 + 3n.$$

Exercice 8 – Changer de représentation

a) $u_0 = 14$ et $r = 5$.

Relation de récurrence :

$$u_{n+1} = u_n + 5.$$

Forme explicite :

$$u_n = 14 + 5n.$$

b) $v_0 = 60$ et $r = -8$.

Relation de récurrence :

$$v_{n+1} = v_n - 8.$$

Forme explicite :

$$v_n = 60 - 8n.$$

c) $w_0 = -3$ et $r = 4$.

Relation de récurrence :

$$w_{n+1} = w_n + 4.$$

Forme explicite :

$$w_n = -3 + 4n.$$

Exercice 9 – Calculer directement un terme

a)

$$u_{18} = 7 + 4 \times 18 = 7 + 72 = \boxed{79}.$$

b)

$$v_{25} = 90 - 3 \times 25 = 90 - 75 = \boxed{15}.$$

c) Comme $w_0 = -12$ et $r = 5$:

$$w_n = -12 + 5n.$$

Donc

$$w_{30} = -12 + 5 \times 30 = -12 + 150 = \boxed{138}.$$

Exercice 10 – Retrouver le premier terme

La suite est arithmétique de raison 6 et

$$u_5 = 38.$$

Entre u_0 et u_5 , on ajoute cinq fois la raison :

$$u_5 = u_0 + 5 \times 6.$$

Donc

$$38 = u_0 + 30$$

et

$$\boxed{u_0 = 8}.$$

La forme explicite est donc

$$\boxed{u_n = 8 + 6n}.$$

Enfin :

$$u_{20} = 8 + 6 \times 20 = 8 + 120 = \boxed{128}.$$

Exercice 11 – Retrouver la raison

On sait que

$$v_3 = 14 \quad \text{et} \quad v_8 = 34.$$

1. De v_3 à v_8 , il y a

$$8 - 3 = 5$$

pas.

2. On ajoute donc cinq fois la raison :

$$34 = 14 + 5r.$$

Ainsi :

$$5r = 20$$

puis

$$\boxed{r = 4}.$$

3. Pour passer de v_0 à v_3 , on ajoute trois fois 4 :

$$v_3 = v_0 + 3 \times 4.$$

Donc

$$14 = v_0 + 12$$

et

$$\boxed{v_0 = 2}.$$

4. La forme explicite est

$$\boxed{v_n = 2 + 4n}.$$

Exercice 12 – Trouver le rang d'un terme

On a

$$u_0 = 17 \quad \text{et} \quad r = 9.$$

Donc

$$\boxed{u_n = 17 + 9n}.$$

On cherche n tel que

$$u_n = 170.$$

Ainsi :

$$17 + 9n = 170.$$

Donc

$$9n = 153$$

puis

$$\boxed{n = 17}.$$

Ainsi :

$$\boxed{u_{17} = 170}.$$

Partie 3 : Représentation graphique et variations

Exercice 13 – Placer les termes d’une suite

On a

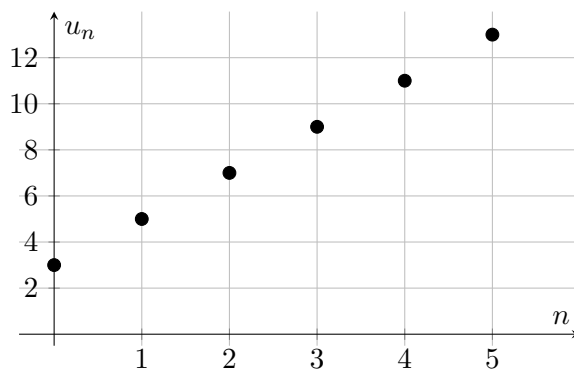
$$u_n = 2n + 3.$$

Donc :

$$u_0 = 3, \quad u_1 = 5, \quad u_2 = 7, \quad u_3 = 9, \quad u_4 = 11, \quad u_5 = 13.$$

Les points à placer sont donc :

$$(0; 3), (1; 5), (2; 7), (3; 9), (4; 11), (5; 13).$$



Les points sont alignés.

La représentation graphique d’une suite arithmétique est constituée de points alignés.

Exercice 14 – Lire une représentation graphique

On lit sur le graphique :

$$v_0 = 9, \quad v_2 = 7, \quad v_5 = 4.$$

À chaque augmentation de 1 du rang, la valeur diminue de 1.

La raison est donc

$$r = -1.$$

La relation de récurrence est :

$$v_{n+1} = v_n - 1.$$

Comme $v_0 = 9$:

$$v_n = 9 - n.$$

Exercice 15 – Une suite non arithmétique

On lit :

$$w_0 = 2, \quad w_1 = 4, \quad w_2 = 6, \quad w_3 = 7.$$

Les points ne sont pas alignés.

De plus, les premiers termes montrent que l’on passe :

$$2 \longrightarrow 4 \quad \text{en ajoutant } 2,$$

$$4 \longrightarrow 6 \quad \text{en ajoutant } 2,$$

mais

$$6 \longrightarrow 7 \quad \text{en ajoutant } 1.$$

On n'ajoute donc pas toujours le même nombre.

(w_n) n'est pas une suite arithmétique.

Exercice 16 – Sens de variation

Pour une suite arithmétique :

- si $r > 0$, elle est strictement croissante ;
- si $r < 0$, elle est strictement décroissante ;
- si $r = 0$, elle est constante.

a) $u_n = 12 + 5n$.

La raison vaut $5 > 0$.

(u_n) est strictement croissante.

b) $v_n = 70 - 4n$.

La raison vaut $-4 < 0$.

(v_n) est strictement décroissante.

c) La raison de (w_n) vaut 0.

(w_n) est constante.

d) La raison de (t_n) vaut $-7 < 0$.

(t_n) est strictement décroissante.

Partie 4 : Problèmes et modélisation

Exercice 17 – Une réserve d'eau

Initialement :

$$u_0 = 1250.$$

Chaque jour, on retire 45 litres.

Ainsi :

$$u_1 = 1250 - 45 = 1205,$$

$$u_2 = 1205 - 45 = 1160.$$

On retire toujours la même quantité, 45 litres. La suite est donc arithmétique de raison

$$r = -45.$$

Sa relation de récurrence est :

$$u_{n+1} = u_n - 45.$$

Sa forme explicite est :

$$u_n = 1250 - 45n.$$

Après 18 jours :

$$u_{18} = 1250 - 45 \times 18.$$

Or

$$45 \times 18 = 810.$$

Donc :

$$u_{18} = 1250 - 810 = 440.$$

Il reste donc

$$440 \text{ litres}.$$

Exercice 18 – Fréquentation d'un musée

L'année initiale correspond au rang 0 :

$$v_0 = 3200.$$

Puis :

$$v_1 = 3200 + 175 = 3375,$$

$$v_2 = 3375 + 175 = 3550.$$

Le nombre de visiteurs augmente chaque année de 175. La suite est donc arithmétique de raison

$$r = 175.$$

Relation de récurrence :

$$v_{n+1} = v_n + 175.$$

Forme explicite :

$$v_n = 3200 + 175n.$$

À l'année de rang 12 :

$$v_{12} = 3200 + 175 \times 12.$$

Comme

$$175 \times 12 = 2100,$$

on obtient

$$v_{12} = 5300.$$

Le musée prévoit donc

$$5\,300 \text{ visiteurs}.$$

Exercice 19 – Une cagnotte

Initialement :

$$c_0 = 280.$$

Après un mois :

$$c_1 = 280 + 35 = 315.$$

La raison vaut

$$r = 35.$$

Relation de récurrence :

$$c_{n+1} = c_n + 35.$$

Forme explicite :

$$c_n = 280 + 35n.$$

Après 10 mois :

$$c_{10} = 280 + 35 \times 10 = 280 + 350 = 630.$$

On cherche maintenant le premier rang pour lequel

$$c_n \geq 600.$$

Donc :

$$280 + 35n \geq 600.$$

$$35n \geq 320.$$

$$n \geq \frac{320}{35} \approx 9,14.$$

Comme n est un entier naturel, le premier rang possible est

$$n = 10.$$

Vérification :

$$c_9 = 280 + 315 = 595 < 600,$$

et

$$c_{10} = 630 \geq 600.$$

Exercice 20 – Une production industrielle

On a :

$$p_0 = 4500.$$

Chaque année, la production augmente de 280 pièces.

La relation de récurrence est donc :

$$p_{n+1} = p_n + 280.$$

Comme on ajoute toujours le même nombre, (p_n) est une suite arithmétique de raison

$$r = 280.$$

Sa forme explicite est :

$$p_n = 4500 + 280n.$$

On cherche :

$$p_n > 6000.$$

Donc :

$$4500 + 280n > 6000,$$

$$280n > 1500,$$

$$n > \frac{1500}{280} \approx 5,36.$$

Le premier entier convenable est donc

$$n = 6.$$

Vérification :

$$p_5 = 5900 < 6000$$

et

$$p_6 = 6180 > 6000.$$

Enfin,

$$r = 280 > 0.$$

Donc

$$(p_n) \text{ est strictement croissante.}$$

Dans le contexte, cela signifie que la production augmente chaque année.

Exercice 21 – Perte de valeur d'un équipement

Initialement :

$$V_0 = 18\,500.$$

Après un an :

$$V_1 = 18\,500 - 1\,250 = 17\,250.$$

La raison vaut

$$r = -1\,250.$$

Relation de récurrence :

$$V_{n+1} = V_n - 1\,250.$$

Forme explicite :

$$V_n = 18\,500 - 1\,250n.$$

Après 7 années :

$$V_7 = 18\,500 - 1\,250 \times 7.$$

$$V_7 = 18\,500 - 8\,750 = 9\,750.$$

On cherche :

$$V_n < 10\,000.$$

Donc :

$$18\,500 - 1\,250n < 10\,000.$$

$$-1\,250n < -8\,500.$$

En divisant par un nombre négatif, on change le sens de l'inégalité :

$$n > \frac{8\,500}{1\,250} = 6,8.$$

Le premier entier convenable est

$$\boxed{n = 7}.$$

La valeur de la machine devient donc inférieure à 10 000 € après 7 années.

Partie 5 : Exercices de synthèse type bac

Exercice 22 – Type bac – Une association

On a

$$u_0 = 680.$$

1.

$$u_1 = 680 + 45 = \boxed{725},$$

$$u_2 = 725 + 45 = \boxed{770}.$$

2. Chaque année, l'association gagne 45 adhérents :

$$\boxed{u_{n+1} = u_n + 45}.$$

3. On ajoute toujours 45.

Donc (u_n) est une suite arithmétique de raison

$$\boxed{r = 45}.$$

4.

$$\boxed{u_n = 680 + 45n}.$$

5. L'année 2034 correspond à

$$2034 - 2026 = 8.$$

On cherche donc u_8 :

$$u_8 = 680 + 45 \times 8 = 680 + 360 = \boxed{1040}.$$

En 2034, l'association prévoit donc

$$\boxed{1\,040 \text{ adhérents}}.$$

6. On cherche :

$$680 + 45n \geq 1000.$$

$$45n \geq 320.$$

$$n \geq \frac{320}{45} \approx 7,11.$$

Le premier entier convenable est

$$\boxed{n = 8}.$$

L'année correspondante est :

$$2026 + 8 = \boxed{2034}.$$

7. Comme

$$r = 45 > 0,$$

la suite est strictement croissante.

$$\boxed{\text{Le nombre d'adhérents augmente chaque année.}}$$

Exercice 23 – Type bac – Une prime annuelle

On a :

$$v_0 = 240.$$

1. La prime augmente chaque année de 18 €.

On ajoute donc toujours le même nombre :

$$(v_n) \text{ est arithmétique de raison } 18.$$

- 2.

$$v_1 = 240 + 18 = 258.$$

Comme

$$v_n = 240 + 18n,$$

on obtient

$$v_6 = 240 + 18 \times 6 = 240 + 108 = 348.$$

- 3.

$$v_{n+1} = v_n + 18.$$

- 4.

$$v_n = 240 + 18n.$$

5. On cherche

$$v_n \geq 400.$$

Donc :

$$240 + 18n \geq 400,$$

$$18n \geq 160,$$

$$n \geq \frac{160}{18} \approx 8,89.$$

Le premier entier convenable est

$$n = 9.$$

L'année correspondante est :

$$2028 + 9 = 2037.$$

6. On cherche :

$$240 + 18n = 510.$$

$$18n = 270,$$

donc

$$n = 15.$$

L'année correspondante est :

$$2028 + 15 = 2043.$$

7. La raison est positive :

$$18 > 0.$$

Donc (v_n) est strictement croissante.

Dans le contexte :

$$\text{le montant de la prime augmente chaque année.}$$

Exercice 24 – Type bac – Objectif d'épargne

On a :

$$C_0 = 1850.$$

1.

$$C_1 = 1850 + 125 = \boxed{1975},$$

$$C_2 = 1975 + 125 = \boxed{2100},$$

$$C_3 = 2100 + 125 = \boxed{2225}.$$

2.

$$\boxed{C_{n+1} = C_n + 125}.$$

3. On ajoute chaque mois la même somme, 125 €.

Donc (C_n) est une suite arithmétique de raison

$$\boxed{r = 125}.$$

4.

$$\boxed{C_n = 1850 + 125n}.$$

5.

$$C_{10} = 1850 + 125 \times 10 = 1850 + 1250 = \boxed{3100}.$$

6. On cherche :

$$1850 + 125n \geq 3500.$$

$$125n \geq 1650.$$

$$n \geq \frac{1650}{125} = 13,2.$$

Comme n est entier :

$$\boxed{n \geq 14}.$$

7. Le premier rang convenable est 14.

Vérification :

$$C_{13} = 1850 + 1625 = 3475 < 3500,$$

alors que

$$C_{14} = 1850 + 1750 = 3600 \geq 3500.$$

Samir disposera donc de la somme nécessaire

$$\boxed{\text{au bout de 14 mois}}.$$

Exercice 25 – Type bac – Comparer deux évolutions

1. Initialement :

$$\boxed{a_0 = 520} \quad \text{et} \quad \boxed{b_0 = 670}.$$

2. La salle A gagne 35 adhérents par mois :

$$\boxed{r_A = 35}.$$

La salle B gagne 20 adhérents par mois :

$$\boxed{r_B = 20}.$$

3. Relations de récurrence :

$$\boxed{a_{n+1} = a_n + 35}$$

et

$$\boxed{b_{n+1} = b_n + 20}.$$

4. Formes explicites :

$$a_n = 520 + 35n$$

et

$$b_n = 670 + 20n.$$

5.

$$a_6 = 520 + 35 \times 6 = 520 + 210 = \boxed{730}.$$

$$b_6 = 670 + 20 \times 6 = 670 + 120 = \boxed{790}.$$

6. On cherche

$$a_n = b_n.$$

Donc :

$$520 + 35n = 670 + 20n.$$

$$35n - 20n = 670 - 520.$$

$$15n = 150.$$

Ainsi :

$$\boxed{n = 10}.$$

7. Au rang 10 :

$$a_{10} = 520 + 350 = 870,$$

et

$$b_{10} = 670 + 200 = 870.$$

Ainsi :

$\boxed{\text{après 10 mois, les deux salles comptent 870 adhérents.}}$

8. La salle A compte plus d'adhérents lorsque

$$a_n > b_n.$$

Donc :

$$520 + 35n > 670 + 20n.$$

$$15n > 150.$$

$$n > 10.$$

Comme n est entier :

$$\boxed{n \geq 11}.$$

La salle A compte donc strictement plus d'adhérents que la salle B

$\boxed{\text{à partir du rang 11}}.$