



Le cosinus dans un triangle rectangle

Niveau 4^e – Corrigé

Partie 1 : Identifier le rapport du cosinus

Exercice 1 – Repérer les bons côtés

1. Dans le triangle ABC , l'angle droit est en C .

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit :

$$\boxed{[AB]}.$$

2. On étudie l'angle \widehat{CAB} .

Les côtés qui touchent cet angle sont $[AC]$ et $[AB]$. Comme $[AB]$ est l'hypoténuse, le côté adjacent à l'angle \widehat{CAB} est :

$$\boxed{[AC]}.$$

3. On utilise :

$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}.$$

Donc :

$$\boxed{\cos(\widehat{CAB}) = \frac{AC}{AB}}.$$

4. Dans le triangle RST , l'angle droit est en S .

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit :

$$\boxed{[RT]}.$$

5. On étudie l'angle \widehat{SRT} .

Les côtés qui touchent cet angle sont $[RS]$ et $[RT]$. Comme $[RT]$ est l'hypoténuse, le côté adjacent à l'angle \widehat{SRT} est :

$$\boxed{[RS]}.$$

6. Donc :

$$\boxed{\cos(\widehat{SRT}) = \frac{RS}{RT}}.$$

Exercice 2 – Compléter les rapports

1. Dans le triangle DEF rectangle en E , l'hypoténuse est $[DF]$.

Par rapport à l'angle \widehat{FDE} , le côté adjacent est $[DE]$.

Donc :

$$\boxed{\cos(\widehat{FDE}) = \frac{DE}{DF}}.$$

2. Dans le triangle GHI rectangle en H , l'hypoténuse est $[GI]$.

Par rapport à l'angle \widehat{GIH} , le côté adjacent est $[HI]$.

Donc :

$$\cos(\widehat{GIH}) = \frac{HI}{GI}.$$

3. Dans le triangle KLM rectangle en L , l'hypoténuse est $[KM]$.

Par rapport à l'angle \widehat{LKM} , le côté adjacent est $[KL]$.

Donc :

$$\cos(\widehat{LKM}) = \frac{KL}{KM}.$$

4. Dans le triangle UVW rectangle en V , l'hypoténuse est $[UW]$.

Par rapport à l'angle \widehat{WUV} , le côté adjacent est $[UV]$.

Donc :

$$\cos(\widehat{WUV}) = \frac{UV}{UW}.$$

5. Dans le triangle PQR rectangle en Q , l'hypoténuse est $[PR]$.

Par rapport à l'angle \widehat{QRP} , le côté adjacent est $[RQ]$.

Donc :

$$\cos(\widehat{QRP}) = \frac{RQ}{RP}.$$

Exercice 3 – Choisir la bonne égalité

1. Le triangle ABC est rectangle en B .

L'hypoténuse est $[AC]$ et, par rapport à l'angle \widehat{BAC} , le côté adjacent est $[AB]$.

Donc :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC}.$$

2. Le triangle DEF est rectangle en E .

L'hypoténuse est $[DF]$ et, par rapport à l'angle \widehat{DFE} , le côté adjacent est $[EF]$.

Donc :

$$\cos(\widehat{DFE}) = \frac{EF}{DF}.$$

3. Le triangle MNP est rectangle en N .

L'hypoténuse est $[MP]$ et, par rapport à l'angle \widehat{NMP} , le côté adjacent est $[MN]$.

Donc :

$$\cos(\widehat{NMP}) = \frac{MN}{MP}.$$

4. Le triangle RST est rectangle en S .

L'hypoténuse est $[RT]$ et, par rapport à l'angle \widehat{RTS} , le côté adjacent est $[ST]$.

Donc :

$$\cos(\widehat{RTS}) = \frac{ST}{RT}.$$

Partie 2 : Calculer une longueur avec le cosinus

Exercice 4 – Calculer le côté adjacent

Dans chaque question, on cherche le côté adjacent à l'angle connu. On utilise :

$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}.$$

1. Le triangle ABC est rectangle en B .

L'hypoténuse est $[AC]$ et le côté adjacent à l'angle \widehat{BAC} est $[AB]$.

On écrit :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC}.$$

On remplace :

$$\cos(35^\circ) = \frac{AB}{12}.$$

Donc :

$$AB = 12 \times \cos(35^\circ).$$

Avec la calculatrice :

$$AB \approx 12 \times 0,819 \approx 9,8.$$

Ainsi :

$$\boxed{AB \approx 9,8 \text{ cm}}.$$

2. Le triangle DEF est rectangle en E .

L'hypoténuse est $[DF]$ et le côté adjacent à l'angle \widehat{FDE} est $[DE]$.

On écrit :

$$\cos(\widehat{FDE}) = \frac{DE}{DF}.$$

On remplace :

$$\cos(48^\circ) = \frac{DE}{9}.$$

Donc :

$$DE = 9 \times \cos(48^\circ).$$

Avec la calculatrice :

$$DE \approx 9 \times 0,669 \approx 6,0.$$

Ainsi :

$$\boxed{DE \approx 6,0 \text{ cm}}.$$

3. Le triangle GHI est rectangle en H .

L'hypoténuse est $[GI]$ et le côté adjacent à l'angle \widehat{HIG} est $[HI]$.

On écrit :

$$\cos(\widehat{HIG}) = \frac{HI}{GI}.$$

On remplace :

$$\cos(62^\circ) = \frac{HI}{15}.$$

Donc :

$$HI = 15 \times \cos(62^\circ).$$

Avec la calculatrice :

$$HI \approx 15 \times 0,469 \approx 7,0.$$

Ainsi :

$$\boxed{HI \approx 7,0 \text{ cm}}.$$

4. Le triangle RST est rectangle en S .

L'hypoténuse est $[RT]$ et le côté adjacent à l'angle \widehat{SRT} est $[RS]$.

On écrit :

$$\cos(\widehat{SRT}) = \frac{RS}{RT}.$$

On remplace :

$$\cos(28^\circ) = \frac{RS}{7,5}.$$

Donc :

$$RS = 7,5 \times \cos(28^\circ).$$

Avec la calculatrice :

$$RS \approx 7,5 \times 0,883 \approx 6,6.$$

Ainsi :

$$\boxed{RS \approx 6,6 \text{ cm}}.$$

Exercice 5 – Calculer l'hypoténuse

Dans chaque question, on connaît le côté adjacent et on cherche l'hypoténuse. On utilise :

$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}.$$

1. Le triangle ABC est rectangle en B .

L'hypoténuse est $[AC]$ et le côté adjacent à l'angle \widehat{BAC} est $[AB]$.

On écrit :

$$\cos(40^\circ) = \frac{AB}{AC}.$$

On remplace :

$$\cos(40^\circ) = \frac{6}{AC}.$$

Donc :

$$AC = \frac{6}{\cos(40^\circ)}.$$

Avec la calculatrice :

$$AC \approx \frac{6}{0,766} \approx 7,8.$$

Ainsi :

$$\boxed{AC \approx 7,8 \text{ cm}}.$$

2. Le triangle DEF est rectangle en E .

L'hypoténuse est $[DF]$ et le côté adjacent à l'angle \widehat{FDE} est $[DE]$.

On écrit :

$$\cos(52^\circ) = \frac{DE}{DF}.$$

On remplace :

$$\cos(52^\circ) = \frac{8}{DF}.$$

Donc :

$$DF = \frac{8}{\cos(52^\circ)}.$$

Avec la calculatrice :

$$DF \approx \frac{8}{0,616} \approx 13,0.$$

Ainsi :

$$\boxed{DF \approx 13,0 \text{ cm}}.$$

3. Le triangle GHI est rectangle en H .

L'hypoténuse est $[GI]$ et le côté adjacent à l'angle \widehat{HIG} est $[HI]$.

On écrit :

$$\cos(37^\circ) = \frac{HI}{GI}.$$

On remplace :

$$\cos(37^\circ) = \frac{5,5}{GI}.$$

Donc :

$$GI = \frac{5,5}{\cos(37^\circ)}.$$

Avec la calculatrice :

$$GI \approx \frac{5,5}{0,799} \approx 6,9.$$

Ainsi :

$$\boxed{GI \approx 6,9 \text{ cm}}.$$

4. Le triangle RST est rectangle en S .

L'hypoténuse est $[RT]$ et le côté adjacent à l'angle \widehat{SRT} est $[RS]$.

On écrit :

$$\cos(25^\circ) = \frac{RS}{RT}.$$

On remplace :

$$\cos(25^\circ) = \frac{11}{RT}.$$

Donc :

$$RT = \frac{11}{\cos(25^\circ)}.$$

Avec la calculatrice :

$$RT \approx \frac{11}{0,906} \approx 12,1.$$

Ainsi :

$$\boxed{RT \approx 12,1 \text{ cm}}.$$

Exercice 6 – Situations concrètes

1. La rampe mesure 4,8 m. Elle représente l'hypoténuse.

La distance horizontale est le côté adjacent à l'angle de 12° .

On écrit :

$$\cos(12^\circ) = \frac{\text{distance horizontale}}{4,8}.$$

Donc :

$$\text{distance horizontale} = 4,8 \times \cos(12^\circ).$$

Avec la calculatrice :

$$\text{distance horizontale} \approx 4,8 \times 0,978 \approx 4,7.$$

Ainsi :

$$\boxed{\text{la distance horizontale est environ } 4,7 \text{ m}}.$$

2. Le câble de tyrolienne mesure 32 m. Il représente l'hypoténuse.

La distance horizontale est le côté adjacent à l'angle de 18° .

On écrit :

$$\cos(18^\circ) = \frac{\text{distance horizontale}}{32}.$$

Donc :

$$\text{distance horizontale} = 32 \times \cos(18^\circ).$$

Avec la calculatrice :

$$\text{distance horizontale} \approx 32 \times 0,951 \approx 30,4.$$

Ainsi :

$$\boxed{\text{la distance horizontale est environ } 30,4 \text{ m.}}$$

3. L'échelle mesure 5,2 m. Elle représente l'hypoténuse.

La distance entre le pied de l'échelle et le mur est le côté adjacent à l'angle de 67° .

On écrit :

$$\cos(67^\circ) = \frac{\text{distance au mur}}{5,2}.$$

Donc :

$$\text{distance au mur} = 5,2 \times \cos(67^\circ).$$

Avec la calculatrice :

$$\text{distance au mur} \approx 5,2 \times 0,391 \approx 2,0.$$

Ainsi :

$$\boxed{\text{la distance entre le pied de l'échelle et le mur est environ } 2,0 \text{ m.}}$$

4. La projection au sol mesure 9 m. Elle représente le côté adjacent à l'angle de 24° .

La longueur de la passerelle est l'hypoténuse.

On écrit :

$$\cos(24^\circ) = \frac{9}{\text{longueur de la passerelle}}.$$

Donc :

$$\text{longueur de la passerelle} = \frac{9}{\cos(24^\circ)}.$$

Avec la calculatrice :

$$\text{longueur} \approx \frac{9}{0,914} \approx 9,9.$$

Ainsi :

$$\boxed{\text{la passerelle mesure environ } 9,9 \text{ m.}}$$

Partie 3 : Déterminer un angle avec le cosinus

Exercice 7 – Calculer un angle dans un triangle rectangle

Pour calculer un angle avec le cosinus, on utilise :

$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}},$$

puis la touche \cos^{-1} de la calculatrice.

1. Le triangle ABC est rectangle en B .

L'hypoténuse est $[AC]$ et le côté adjacent à l'angle \widehat{BAC} est $[AB]$.

On écrit :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC}.$$

On remplace :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{7}{10} = 0,7.$$

Donc :

$$\widehat{BAC} = \cos^{-1}(0,7).$$

Avec la calculatrice :

$$\widehat{BAC} \approx 45,6^\circ.$$

Au degré près :

$$\boxed{\widehat{BAC} \approx 46^\circ}.$$

2. Le triangle MNP est rectangle en N .

L'hypoténuse est $[MP]$ et le côté adjacent à l'angle \widehat{NMP} est $[MN]$.

On écrit :

$$\cos(\widehat{NMP}) = \frac{MN}{MP}.$$

On remplace :

$$\cos(\widehat{NMP}) = \frac{8}{17}.$$

Donc :

$$\widehat{NMP} = \cos^{-1}\left(\frac{8}{17}\right).$$

Avec la calculatrice :

$$\widehat{NMP} \approx 61,9^\circ.$$

Au degré près :

$$\boxed{\widehat{NMP} \approx 62^\circ}.$$

3. Le triangle DEF est rectangle en E .

L'hypoténuse est $[DF]$ et le côté adjacent à l'angle \widehat{FDE} est $[DE]$.

On écrit :

$$\cos(\widehat{FDE}) = \frac{DE}{DF}.$$

On remplace :

$$\cos(\widehat{FDE}) = \frac{5}{13}.$$

Donc :

$$\widehat{FDE} = \cos^{-1}\left(\frac{5}{13}\right).$$

Avec la calculatrice :

$$\widehat{FDE} \approx 67,4^\circ.$$

Au degré près :

$$\boxed{\widehat{FDE} \approx 67^\circ}.$$

4. Le triangle RST est rectangle en S .

L'hypoténuse est $[RT]$ et le côté adjacent à l'angle \widehat{SRT} est $[RS]$.

On écrit :

$$\cos(\widehat{SRT}) = \frac{RS}{RT}.$$

On remplace :

$$\cos(\widehat{SRT}) = \frac{4,5}{6} = 0,75.$$

Donc :

$$\widehat{SRT} = \cos^{-1}(0,75).$$

Avec la calculatrice :

$$\widehat{SRT} \approx 41,4^\circ.$$

Au degré près :

$$\boxed{\widehat{SRT} \approx 41^\circ}.$$

Exercice 8 – Angles dans des situations réelles

1. La rampe mesure 6 m. Elle représente l'hypoténuse.

Sa projection horizontale mesure 5,4 m. Elle représente le côté adjacent.

On écrit :

$$\cos(\text{angle}) = \frac{5,4}{6} = 0,9.$$

Donc :

$$\text{angle} = \cos^{-1}(0,9).$$

Avec la calculatrice :

$$\text{angle} \approx 25,8^\circ.$$

Au degré près :

$$\boxed{\text{l'angle est environ } 26^\circ}.$$

2. Le câble mesure 85 m. Il représente l'hypoténuse.

La distance horizontale mesure 72 m. Elle représente le côté adjacent.

On écrit :

$$\cos(\text{angle}) = \frac{72}{85}.$$

Donc :

$$\text{angle} = \cos^{-1}\left(\frac{72}{85}\right).$$

Avec la calculatrice :

$$\text{angle} \approx 32,1^\circ.$$

Au degré près :

$$\boxed{\text{l'angle est environ } 32^\circ}.$$

3. La passerelle mesure 14 m. Elle représente l'hypoténuse.

La distance horizontale mesure 11,5 m. Elle représente le côté adjacent.

On écrit :

$$\cos(\text{angle}) = \frac{11,5}{14}.$$

Donc :

$$\text{angle} = \cos^{-1}\left(\frac{11,5}{14}\right).$$

Avec la calculatrice :

$$\text{angle} \approx 34,8^\circ.$$

Au degré près :

$$\boxed{\text{l'angle est environ } 35^\circ}.$$

4. La planche mesure 3,6 m. Elle représente l'hypoténuse.

Sa projection horizontale mesure 3 m. Elle représente le côté adjacent.

On écrit :

$$\cos(\text{angle}) = \frac{3}{3,6}.$$

Donc :

$$\text{angle} = \cos^{-1}\left(\frac{3}{3,6}\right).$$

Avec la calculatrice :

$$\text{angle} \approx 33,6^\circ.$$

Au degré près :

$$\boxed{\text{l'angle est environ } 34^\circ}.$$

Partie 4 : Exercices bilan

Exercice 9 – Bilan 1 : installation d'un panneau solaire

On sait que le triangle ABC est rectangle en B .

$$AB = 2,40 \text{ m} \quad \text{et} \quad AC = 2,80 \text{ m}.$$

1. L'angle droit est en B .

L'hypoténuse est donc le côté opposé à l'angle droit :

$$\boxed{[AC]}.$$

2. Par rapport à l'angle \widehat{BAC} , les côtés qui touchent l'angle sont $[AB]$ et $[AC]$.

Comme $[AC]$ est l'hypoténuse, le côté adjacent est :

$$\boxed{[AB]}.$$

3. On écrit :

$$\boxed{\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC}}.$$

4. On remplace :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{2,40}{2,80}.$$

On calcule :

$$\frac{2,40}{2,80} \approx 0,857.$$

Donc :

$$\widehat{BAC} = \cos^{-1}(0,857).$$

Avec la calculatrice :

$$\widehat{BAC} \approx 31,0^\circ.$$

Au degré près :

$$\boxed{\widehat{BAC} \approx 31^\circ}.$$

5. Le deuxième panneau a le même angle.

Le nouveau support incliné mesure 3,20 m. Il représente l'hypoténuse.

On cherche la nouvelle distance horizontale, c'est-à-dire le côté adjacent.

On utilise :

$$\cos(31^\circ) = \frac{\text{distance horizontale}}{3,20}.$$

Donc :

$$\text{distance horizontale} = 3,20 \times \cos(31^\circ).$$

Avec la calculatrice :

$$\text{distance horizontale} \approx 3,20 \times 0,857 \approx 2,74.$$

6. La nouvelle distance horizontale nécessaire est donc :

$$\boxed{2,74 \text{ m environ}}.$$

Exercice 10 – Bilan 2 : parcours d'accrobranche

1. Pour la passerelle A, la longueur de la passerelle est 9,5 m.

Elle représente l'hypoténuse.

L'angle avec l'horizontale est 34° .

La distance horizontale est le côté adjacent.

On écrit :

$$\cos(34^\circ) = \frac{\text{distance horizontale}}{9,5}.$$

Donc :

$$\text{distance horizontale} = 9,5 \times \cos(34^\circ).$$

Avec la calculatrice :

$$\text{distance horizontale} \approx 9,5 \times 0,829 \approx 7,9.$$

Ainsi :

la distance horizontale de la passerelle A est environ 7,9 m.

2. Pour la passerelle B, la longueur de la passerelle est 11 m.

Elle représente l'hypoténuse.

La distance horizontale est 8,8 m.

Elle représente le côté adjacent.

On écrit :

$$\cos(\text{angle}) = \frac{8,8}{11}.$$

On calcule :

$$\frac{8,8}{11} = 0,8.$$

Donc :

$$\text{angle} = \cos^{-1}(0,8).$$

Avec la calculatrice :

$$\text{angle} \approx 36,9^\circ.$$

Au degré près :

l'angle de la passerelle B est environ 37° .

3. Pour la passerelle C, l'angle est 28° .

La distance horizontale est 10 m. Elle représente le côté adjacent.

On cherche la longueur de la passerelle, c'est-à-dire l'hypoténuse.

On écrit :

$$\cos(28^\circ) = \frac{10}{\text{longueur de la passerelle}}.$$

Donc :

$$\text{longueur de la passerelle} = \frac{10}{\cos(28^\circ)}.$$

Avec la calculatrice :

$$\text{longueur} \approx \frac{10}{0,883} \approx 11,3.$$

Ainsi :

la passerelle C mesure environ 11,3 m.

4. L'organisateur veut que chaque angle soit inférieur à 40° .

Pour la passerelle B, on a trouvé :

$$37^\circ < 40^\circ.$$

Donc :

la passerelle B respecte la condition.

5. Les angles sont :

passerelle A : 34° , passerelle B : 37° , passerelle C : 28° .

L'angle le plus grand est 37° .

Donc :

la passerelle B est la plus inclinée.

Fin du corrigé