



## Planche d'exercices – Arithmétique

### Partie 1 : rappels – division, multiples, diviseurs et nombres premiers

#### Exercice 1

Effectuer les divisions euclidiennes suivantes, puis écrire l'égalité correspondante sous la forme  $a = b \times q + r$  avec  $0 \leq r < b$ .

- 1)  $847 \div 6$
- 2)  $1\,329 \div 11$
- 3)  $2\,574 \div 25$
- 4)  $6\,018 \div 17$

#### Exercice 2

Pour chaque égalité, dire si elle peut correspondre à une division euclidienne. Justifier.

- 1)  $95 = 8 \times 11 + 7$
- 2)  $127 = 12 \times 9 + 19$
- 3)  $214 = 15 \times 14 + 4$
- 4)  $356 = 20 \times 17 + 16$

#### Exercice 3

Compléter chaque phrase avec les mots « multiple » ou « diviseur ».

- 1) 72 est un ..... de 9.
- 2) 8 est un ..... de 96.
- 3) 135 est un ..... de 15.
- 4) 11 est un ..... de 121.

#### Exercice 4

Donner la liste complète des diviseurs de chacun des nombres suivants.

- 1) 28
- 2) 45
- 3) 64
- 4) 81

#### Exercice 5

Écrire les multiples demandés.

- 1) Les huit premiers multiples non nuls de 6.
- 2) Les six premiers multiples non nuls de 13.
- 3) Tous les multiples de 9 compris entre 70 et 130.
- 4) Tous les multiples de 16 compris entre 100 et 180.

#### Exercice 6

Dire si les nombres suivants sont divisibles par 2, par 3, par 5, par 9 et par 10.

Nombre	2	3	5	9	10
630					
1 245					
2 106					
4 095					
7 280					

#### Exercice 7

Pour chaque nombre, utiliser un critère de divisibilité pour répondre.

- 1) 3 672 est-il divisible par 3 ? par 9 ?
- 2) 8 450 est-il divisible par 5 ? par 10 ?
- 3) 6 318 est-il divisible par 2 ? par 3 ?
- 4) 9 999 est-il divisible par 9 ?

### **Exercice 8**

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse. Corriger les affirmations fausses.

- 1) Si  $a$  est un multiple de  $b$ , alors  $b$  est un diviseur de  $a$ .
- 2) Si 7 divise 56, alors 56 divise 7.
- 3) Tout nombre pair est divisible par 2.
- 4) Tout nombre divisible par 3 est divisible par 9.

### **Exercice 9**

Trouver un nombre qui vérifie chaque condition.

- 1) Un multiple de 12 supérieur à 80 et inférieur à 110.
- 2) Un multiple commun à 8 et 14 supérieur à 50.
- 3) Un diviseur de 96 supérieur à 20.
- 4) Un diviseur commun à 72 et 90, différent de 1.

### **Exercice 10**

Compléter les égalités.

- 1)  $156 = 12 \times \dots$
- 2)  $225 = 15 \times \dots$
- 3)  $384 = 24 \times \dots$
- 4)  $1001 = 13 \times \dots$

Pour chaque égalité, écrire une phrase utilisant les mots « multiple » et « diviseur ».

### **Exercice 11**

Parmi les nombres suivants, entourer les nombres premiers, puis justifier pour les autres en donnant un diviseur différent de 1 et de lui-même.

17 ; 21 ; 37 ; 49 ; 53 ; 91 ; 101 ; 111

### **Exercice 12**

Déterminer si chaque nombre est premier.

- 1) 29
- 2) 57
- 3) 83
- 4) 121
- 5) 143

### **Exercice 13**

On considère les nombres 36 et 54.

- 1) Donner la liste des diviseurs de 36.
- 2) Donner la liste des diviseurs de 54.
- 3) Donner les diviseurs communs à 36 et 54.
- 4) En déduire le plus grand diviseur commun à 36 et 54.

### **Exercice 14**

Un professeur veut ranger 132 feuilles dans des pochettes contenant chacune le même nombre de feuilles.

- 1) Peut-il faire des pochettes de 6 feuilles ? Justifier.
- 2) Peut-il faire des pochettes de 8 feuilles ? Justifier.
- 3) Donner trois nombres possibles de feuilles par pochette.
- 4) Quel est le plus grand nombre de feuilles que peut contenir une pochette si toutes les pochettes sont identiques et utilisées entièrement ?

## Partie 2 : décompositions en produit de facteurs premiers

### Exercice 15

Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

- 1) 48
- 2) 72
- 3) 90
- 4) 126

### Exercice 16

Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

- 1) 84
- 2) 105
- 3) 150
- 4) 196

### Exercice 17

Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

- 1) 216
- 2) 252
- 3) 315
- 4) 450

### Exercice 18

Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

- 1) 528
- 2) 675
- 3) 784
- 4) 1080

### Exercice 19

Compléter les décompositions suivantes.

- 1)  $180 = 2^2 \times 3^2 \times \dots$
- 2)  $294 = 2 \times 3 \times \dots^2$
- 3)  $432 = 2^4 \times \dots^3$
- 4)  $770 = 2 \times 5 \times 7 \times \dots$

### Exercice 20

On donne les décompositions :

$$A = 2^3 \times 3^2 \times 5 \quad \text{et} \quad B = 2^2 \times 3 \times 7.$$

- 1) Calculer  $A$ .
- 2) Calculer  $B$ .
- 3) Donner deux diviseurs communs à  $A$  et  $B$ .
- 4) Donner un multiple commun à  $A$  et  $B$ .

### Exercice 21

Décomposer 360 en produit de facteurs premiers, puis répondre aux questions.

- 1) 360 est-il divisible par 8? Justifier avec la décomposition.
- 2) 360 est-il divisible par 9? Justifier avec la décomposition.
- 3) 360 est-il divisible par 25? Justifier avec la décomposition.
- 4) 360 est-il divisible par 11? Justifier avec la décomposition.

### Exercice 22

Pour chaque nombre, trouver sa décomposition en produit de facteurs premiers, puis donner la liste de ses diviseurs.

- 1) 40
- 2) 56
- 3) 75

**Exercice 23**

On considère les nombres 168 et 240.

- 1) Décomposer 168 en produit de facteurs premiers.
- 2) Décomposer 240 en produit de facteurs premiers.
- 3) Repérer les facteurs premiers communs aux deux décompositions.
- 4) En déduire le PGCD de 168 et 240.

**Exercice 24**

On considère les nombres 144 et 210.

- 1) Décomposer 144 et 210 en produit de facteurs premiers.
- 2) Déterminer le PGCD de 144 et 210.
- 3) Déterminer le PPCM de 144 et 210.

**Exercice 25**

Pour chaque couple de nombres, décomposer les deux nombres en produit de facteurs premiers, puis déterminer leur PGCD.

- 1) 54 et 90
- 2) 96 et 128
- 3) 175 et 245
- 4) 198 et 330

**Exercice 26**

Pour chaque couple de nombres, décomposer les deux nombres en produit de facteurs premiers, puis déterminer leur PPCM.

- 1) 12 et 18
- 2) 20 et 28
- 3) 45 et 60
- 4) 72 et 96

**Exercice 27**

Un nombre entier  $N$  a pour décomposition :

$$N = 2^3 \times 3^2 \times 5.$$

- 1) Calculer  $N$ .
- 2) Dire si  $N$  est divisible par 6, par 10, par 18 et par 40.
- 3) Donner quatre diviseurs de  $N$  supérieurs à 20.

## Partie 3 : simplifier des fractions, PGCD et PPCM

### Exercice 28

Simplifier les fractions suivantes le plus possible.

$$\frac{18}{24} \quad \frac{35}{49} \quad \frac{42}{56} \quad \frac{63}{81}$$

### Exercice 29

Simplifier les fractions suivantes le plus possible.

$$\frac{72}{90} \quad \frac{84}{126} \quad \frac{110}{154} \quad \frac{132}{180}$$

### Exercice 30

Pour chaque fraction, déterminer d'abord le PGCD du numérateur et du dénominateur, puis simplifier la fraction.

$$\frac{96}{144} \quad \frac{150}{225} \quad \frac{168}{252} \quad \frac{210}{294}$$

### Exercice 31

Simplifier les fractions suivantes en utilisant les décompositions en produit de facteurs premiers.

$$\frac{126}{198} \quad \frac{175}{275} \quad \frac{216}{360} \quad \frac{315}{420}$$

### Exercice 32

On considère la fraction  $\frac{234}{360}$ .

- 1) Décomposer 234 et 360 en produit de facteurs premiers.
- 2) Déterminer le PGCD de 234 et 360.
- 3) Simplifier la fraction  $\frac{234}{360}$  le plus possible.
- 4) La fraction obtenue est-elle irréductible ? Justifier.

### Exercice 33

On considère la fraction  $\frac{154}{231}$ .

- 1) Décomposer 154 et 231 en produit de facteurs premiers.
- 2) Simplifier la fraction  $\frac{154}{231}$  le plus possible.
- 3) Vérifier le résultat en cherchant le PGCD de 154 et 231.

### Exercice 34

Un chocolatier possède 108 truffes et 162 caramels. Il veut préparer des sachets identiques, contenant tous le même nombre de truffes et le même nombre de caramels, en utilisant toute sa production.

- 1) Calculer le PGCD de 108 et 162.
- 2) Quel est le nombre maximum de sachets qu'il peut préparer ?
- 3) Quelle sera la composition de chaque sachet ?

### Exercice 35

Une fleuriste dispose de 96 roses et 120 tulipes. Elle veut réaliser le plus grand nombre possible de bouquets identiques, sans reste.

- 1) Décomposer 96 et 120 en produit de facteurs premiers.
- 2) Déterminer le nombre maximum de bouquets.
- 3) Donner la composition de chaque bouquet.
- 4) Écrire la fraction  $\frac{96}{120}$  sous forme irréductible et expliquer le lien avec la composition du bouquet.

### Exercice 36

Un menuisier possède deux planches de longueurs 252 cm et 378 cm. Il veut les découper en morceaux de même longueur, la plus grande possible, sans chute.

- 1) Calculer le PGCD de 252 et 378.
- 2) Quelle sera la longueur d'un morceau ?
- 3) Combien de morceaux obtiendra-t-il avec chaque planche ?
- 4) Combien de morceaux obtiendra-t-il au total ?

### **Exercice 37**

Une association prépare des lots avec 180 stylos bleus et 252 stylos noirs. Tous les lots doivent être identiques et tout le matériel doit être utilisé.

- 1) Déterminer le plus grand nombre de lots possibles.
- 2) Donner la composition d'un lot.
- 3) Simplifier la fraction  $\frac{180}{252}$ .
- 4) Que représente la fraction simplifiée dans cette situation ?

### **Exercice 38**

Deux lumières clignotent régulièrement. La première s'allume toutes les 18 secondes et la seconde toutes les 30 secondes. Elles s'allument ensemble à 14 h 00 min 00 s.

- 1) Décomposer 18 et 30 en produit de facteurs premiers.
- 2) Déterminer leur PPCM.
- 3) Au bout de combien de secondes les deux lumières s'allumeront-elles de nouveau ensemble ?
- 4) À quelle heure cela se produira-t-il ?

### **Exercice 39**

Deux coureurs partent en même temps sur une piste. Le premier met 42 secondes pour faire un tour, le second met 56 secondes pour faire un tour.

- 1) Calculer le PPCM de 42 et 56.
- 2) Au bout de combien de secondes se retrouveront-ils ensemble sur la ligne de départ ?
- 3) Combien de tours aura fait le premier coureur ?
- 4) Combien de tours aura fait le second coureur ?

### **Exercice 40**

Une mairie organise deux distributions régulières. Un camion de livres passe tous les 24 jours et un camion de jeux passe tous les 36 jours. Ils passent ensemble le 1er mars.

- 1) Déterminer le PPCM de 24 et 36.
- 2) Dans combien de jours les deux camions repasseront-ils ensemble ?
- 3) Combien de passages aura effectués le camion de livres pendant cette durée ?
- 4) Combien de passages aura effectués le camion de jeux pendant cette durée ?

### **Exercice 41**

Un atelier fabrique des coffrets avec 288 cartes et 420 jetons. Les coffrets doivent être tous identiques et tout le matériel doit être utilisé. Par ailleurs, deux machines de l'atelier doivent être révisées régulièrement : la première tous les 18 jours et la seconde tous les 24 jours. Elles sont révisées ensemble aujourd'hui.

- 1) Décomposer 288 et 420 en produit de facteurs premiers.
- 2) Déterminer le PGCD de 288 et 420.
- 3) En déduire le nombre maximum de coffrets que l'on peut fabriquer.
- 4) Donner la composition d'un coffret.
- 5) Déterminer le PPCM de 18 et 24.
- 6) Dans combien de jours les deux machines seront-elles de nouveau révisées le même jour ?